Matemática Conectada

Matemática e suas Tecnologias

Certeza e incerteza: para que serve a probabilidade

MAPPA

Material de Apoio ao Planejamento e Práticas do Aprofundamento

Unidade Curricular 3

Programa de Enfrentamento à Violência contra Meninas e Mulheres da Rede Estadual de São Paulo

NÃO SE ESQUEÇA!

Buscamos uma escola cada vez mais acolhedora para todas as pessoas. Caso você vivencie ou tenha conhecimento sobre um caso de violência, denuncie.

Onde denunciar?

– Você pode denunciar, sem sair de casa, fazendo um Boletim de Ocorrência na internet, no site: https://www.delegaciaeletronica.policiacivil.sp.gov.br.

– Busque uma Delegacia de Polícia comum ou uma Delegacia de Defesa da Mulher (DDM). Encontre a DDM mais próxima de você no site http://www.ssp.sp.gov.br/servicos/mapaTelefones.aspx.

– Ligue 180: você pode ligar nesse número - é gratuito e anônimo - para denunciar um caso de violência contra mulher e pedir orientações sobre onde buscar ajuda.

– Acesse o site do SOS Mulher pelo endereço https://www.sosmulher.sp.gov.br/ e baixe o aplicativo.

– Ligue 190: esse é o número da Polícia Militar. Caso você ou alguém esteja em perigo, ligue imediatamente para esse número e informe o endereço onde a vítima se encontra.

– Disque 100: nesse número você pode denunciar e pedir ajuda em casos de violência contra crianças e adolescentes, é gratuito, funciona 24 horas por dia e a denúncia pode ser anônima.

GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
Secretaria da Educação

Matemática conectada

Matemática e suas Tecnologias

Certeza e incerteza: para que serve a probabilidade

MAPPA
Material de Apoio ao Planejamento e Práticas do Aprofundamento

Unidade Curricular 3

GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO

Governador
Rodrigo Garcia

Secretário da Educação
Hubert Alquéres

Secretária Executiva
Ghisleine Trigo Silveira

Chefe de Gabinete
Fabiano Albuquerque de Moraes

Coordenadora da Coordenadoria Pedagógica
Viviane Pedroso Domingues Cardoso

Presidente da Fundação para o Desenvolvimento da Educação
Nourival Pantano Júnior

SUMÁRIO

Apresentação do MAPPA 5

Apresentação da Unidade Curricular 7

Percurso integrador 9

Quadro integrador 11

Componente 1

Tendências e decisões 13

Atividade 1 15
Atividade 2 25
Atividade 3 38
Atividade 4 44
Atividade 5 50

Componente 2

Determinismo e as surpresas do mundo quântico 56

Atividade 1 58
Atividade 2 65
Atividade 3 71
Atividade 4 75
Atividade 5 78

Componente 3

Estudos da demografia 80

Atividade 1 82
Atividade 2 86
Atividade 3 90
Atividade 4 93
Atividade 5 96

APRESENTAÇÃO DO MAPPA

Caro Professor,

O conteúdo que você tem em mãos é o Material de Apoio ao Planejamento e Práticas do Aprofundamento (MAPPA), ou em outras palavras, o seu guia para a implementação da parte flexível do Currículo do Novo Ensino Médio do Estado de São Paulo: os Aprofundamentos Curriculares.

Nas páginas a seguir, você encontrará informações e orientações para o desenvolvimento das Unidades Curriculares que compõem este aprofundamento. Cada Unidade Curricular é composta por componentes inéditos, os quais foram idealizados pensando nos professores da(s) área(s) de conhecimento deste aprofundamento. Por isso, para apoiar seu trabalho no componente que você escolheu, além das orientações gerais, você contará também com sequências de atividades. Cada uma dessas atividades tem duração média prevista de quatro semanas, tendo como objetivo principal oferecer aprendizagens contextualizadas que favorecem o aprofundamento das competências e das habilidades da Formação Geral Básica e o desenvolvimento das habilidades dos eixos estruturantes (investigação científica, processos criativos, mediação e intervenção sociocultural e empreendedorismo). Além disso, por meio dessas práticas, que têm como finalidade o apoio à formação integral dos estudantes, estes terão a oportunidade de desenvolver aprendizagens que contribuam com os seus interesses e suas necessidades particulares, articulando, ainda, seus estudos com os Temas Contemporâneos Transversais, os Objetivos do Desenvolvimento Sustentável, seus respectivos Projetos de Vida, as possibilidades mediante o mundo do trabalho e as suas perspectivas para com o ingresso no Ensino Superior.

Sendo assim, com o intuito de melhor apoiá-lo na organização de seu cronograma, projetos e planejamento das aulas, bem como o de assegurar o percurso e a integração prevista para os componentes de cada Unidade Curricular, você encontrará neste material propostas e sugestões de atividades, com suas respectivas orientações, para o desenvolvimento de suas aulas. É importante lembrar que você, juntamente com toda sua equipe escolar, tem liberdade para selecionar as atividades e materiais que melhor se adequam à sua realidade local, levando em conta também adaptações inclusivas para melhor atender os estudantes elegíveis aos serviços da Educação Especial. Ademais, você e sua equipe escolar podem planejar e organizar o tempo de cada percurso e integrações possíveis entre os componentes, tendo em vista os objetivos, as competências, as habilidades e os objetos de conhecimento propostos.

No início das orientações de cada um dos componentes, você encontrará uma breve introdução do que será desenvolvido, os objetos de conhecimento, as competências e habilidades em foco e o(s) eixo(s) estruturantes que estão no centro do percurso. Ainda para apoiá-lo nesse processo, você encontrará atividade exemplo com sugestões de sequências de práticas, materiais de apoio, dicas para integração com os demais componentes e diferentes tipos de avaliação e autoavaliação. Muitas dessas informações aparecerão em boxes chamados "Saiba Mais", "De olho na integração" e "Avaliação", que serão sinalizados nos textos com o intuito de apresentar conteúdos complementares, que podem ser úteis durante as suas aulas. Você pode seguir, adaptar, ampliar ou usar essas atividades como inspiração para o seu planejamento. Lembre-se sempre de que: o seu protagonismo, seus conhecimentos e experiências, assim como os de seus colegas, são fundamentais para o êxito de todos ao longo deste percurso.

APRESENTAÇÃO DA UNIDADE CURRICULAR

Caro Professor,

A Unidade Curricular "Certeza e incerteza: para que serve a probabilidade" tem como foco o estudo e as aplicações da probabilidade nas tomadas de decisões.

Nesse contexto, a área de Matemática e suas Tecnologias têm como proposta promover investigações, reflexões e análises por meio de situações-problemas em que a probabilidade está presente, ampliando o repertório possibilitando o desenvolvimento do pensamento probabilístico, considerando os conhecimentos prévios dos estudantes sobre o tema.

O aprofundamento se dará em diferentes momentos, por exemplo, quando tratamos das aplicações da probabilidade em investimentos financeiros, em amostras não equiprováveis entre outras situações.

No componente "Determinismo e as surpresas do mundo Quântico", serão desenvolvidas questões relacionadas ao determinismo na física clássica e seus paradigmas, e com assuntos relacionadas a física moderna, como por exemplo, a constante de Planck, efeito fotoelétrico e Princípio de Heisenberg.

Ainda nesse percurso, o trabalho colaborativo e a troca entre os estudantes é um pilar importante para a organização dos grupos de forma produtiva, possibilitando a produção de novos conhecimentos matemáticos a serem aplicados em outras áreas do conhecimento.

Os estudantes terão a oportunidade de conhecer e discutir a relação entre estrutura e crescimento populacional bem como questões envolvidas no desenvolvimento sustentável. Após esse percurso, espera-se que eles tenham desenvolvido as habilidades necessárias ao processo de pesquisa e investigação para colaborar na produção de uma revista digital de divulgação científica.

PERCURSO INTEGRADOR

Neste documento, você encontrará orientações e sugestões para o desenvolvimento das atividades dos componentes desta Unidade Curricular, considerando a quantidade de aulas prevista para vinte semanas. Cada atividade está organizada em introdução, desenvolvimento e sistematização ou fechamento dos percursos idealizados. Além disso, como um material exemplar, você pode planejar e organizar o tempo de cada percurso e integrações possíveis, considerando os objetivos, habilidades e objetos de conhecimento contemplados nesse conjunto de atividades.

Com o intuito de apoiá-lo na organização do seu cronograma e planejamento das aulas, apresentamos uma descrição da proposta que será desenvolvida, as competências e habilidades em foco e o(s) eixo(s) estruturante(s) que está(ão) no centro do percurso. Além de atividades-exemplo, com sugestões de sequências de práticas desenvolvidas por meio de metodologias ativas e indicação de materiais de apoio na seção "Para saber mais", este documento apresenta dicas de como se dá o diálogo entre os componentes na seção "De olho na integração" e momentos de avaliação e autoavaliação. É importante lembrar que você, com toda sua equipe escolar, tem autonomia para selecionar as atividades, materiais e organizar espaços de aprendizagem que melhor se adequem à sua realidade local, levando em conta também adaptações inclusivas a todos os estudantes.

Lembre: o seu protagonismo, o dos seus colegas professores e o dos estudantes são fundamentais para o sucesso de todos ao longo desse percurso.

Em cada componente estão as sugestões para os registros dos professores acompanharem o desenvolvimento da turma e dos estudantes em sua trajetória da aprendizagem.

QUADRO INTEGRADOR

Professor, nas atividades desta Unidade Curricular os estudantes...

TENDÊNCIAS E DECISÕES	DETERMINISMO E AS SURPRESAS DO MUNDO QUÂNTICO	ESTUDOS DA DEMOGRAFIA
	ATIVIDADE 1	
Investigam e exploram situações que envolvem probabilidade, a partir da vivência de um jogo.	**Analisam** o paradigma do Determinismo Laplaciano associado às ideias da Física clássica.	**Analisam** as características da dinâmica demográfica brasileira e suas transformações.
	ATIVIDADE 2	
Levantam e testam hipóteses na produção de novos conhecimentos matemáticos.	**Investigam** as anomalias apresentadas na Física Clássica. **Compreendem** como essas anomalias contribuíram para o advento da Mecânica Quântica.	**Discutem** a importância do levantamento de dados sobre a população.
	ATIVIDADE 3	
Identificam cenários financeiros**, avaliam e analisam** as tendências para tomadas de decisão.	**Investigam**, por meio da historiografia da ciência, a propriedade chamada de dualidade onda partícula.	**Relacionam** o crescimento da população e as questões do desenvolvimento sustentável.
	ATIVIDADE 4	
Interpretam dados divulgados em pesquisas e **produzem** textos a partir da análise desses resultados.	**Investigam** e **analisam** o Princípio da Superposição de Ondas, Princípio da Incerteza e o gráfico de distribuição de probabilidade.	**Discutem** as características das condições da população para a formulação de políticas públicas.
	ATIVIDADE 5	
Planejam uma pesquisa e **analisam** o resultado, **realizam** curadoria das produções ao longo do desenvolvimento das atividades e **produzem** uma revista digital.	**Elaboram** uma revista digital com as principais ideias que foram desenvolvidas ao longo desse percurso.	**Pesquisam** a transição demográfica, e como essas transições interferem e interferiram nas decisões das políticas públicas.

COMPONENTE 1

TENDÊNCIAS E DECISÕES

DURAÇÃO: 75 horas

AULAS SEMANAIS: 5

QUAIS PROFESSORES PODEM MINISTRAR ESTE COMPONENTE: Matemática ou Física.

INFORMAÇÕES GERAIS:

O foco deste componente é desenvolver as aplicações da probabilidade e da estatística na tomada de decisões e na compreensão de resultados em situações de certeza e incerteza. Para isso, o componente está organizado em atividades com temas diferentes de modo a analisar situações em que o conhecimento da probabilidade e da estatística estejam presentes. O componente contribuirá na orientação da produção da revista digital proposta como produto integrador desta Unidade Curricular, por isso os registros das informações, conceitos, processos e conclusões estabelecidas ao longo do percurso, serão importantes para a composição da revista.

Os eixos de Investigação Científica, Processo criativo, Intervenção e Mediação Sociocultural e Empreendedorismo são intencionalmente mobilizados na produção das atividades, contribuindo para o desenvolvimento das habilidades específicas da área.

Objetos de conhecimento: Probabilidade de eventos relativos a experimentos aleatórios; amostras probabilísticas e não probabilísticas; gráficos e diagramas estatísticos; estatística descritiva; distribuição normal.

Competências e Habilidades da Formação Geral Básica a serem aprofundadas: Competências 1, 3 e 5

EM13MAT106	Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).
EM13MAT312	Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.
EM13MAT511	Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.
EM13MAT406	Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que interrelacionem estatística, geometria e álgebra.

Eixos Estruturantes e suas Competências e Habilidades: Investigação Científica, Processos criativos, Intervenção e mediação sociocultural, Empreendedorismo.

EMIFMAT02	Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema elaborando modelos com a linguagem matemática para analisá-la e avaliar sua adequação em termos de possíveis limitações, eficiência e possibilidades de generalização.
EMIFMAT05	Selecionar e mobilizar intencionalmente recursos criativos relacionados à Matemática para resolver problemas de natureza diversa, incluindo aqueles que permitam a produção de novos conhecimentos matemáticos, comunicando com precisão suas ações e reflexões relacionadas a constatações, interpretações e argumentos, bem como adequando-os às situações originais.
EMIFMAT07	Identificar e explicar questões socioculturais e ambientais aplicando conhecimentos e habilidades matemáticas para avaliar e tomar decisões em relação ao que foi observado.
EMIFMAT10	Avaliar como oportunidades, conhecimentos e recursos relacionados à Matemática podem ser utilizados na concretização de projetos pessoais ou produtivos, considerando as diversas tecnologias disponíveis e os impactos socioambientais.

Professor, os Eixos Estruturantes, em maior evidência de cada atividade, serão indicados pelos ícones a seguir. Apesar da indicação no início das Atividades, pode haver propostas que desenvolvam mais de um Eixo.

	Investigação Científica		Empreendedorismo
	Processos Criativos		Mediação e Intervenção Sociocultural

ATIVIDADE 1

INTRODUÇÃO

Semana 1: 5 aulas

Professor, inicie este componente com uma conversa para apresentar a Unidade Curricular aos seus estudantes e realizar os combinados, possibilidades de utilização de materiais, atividades, a efetiva participação nas propostas das aulas e a importância de estabelecer a forma de registro a ser adotada neste componente. Nesta primeira semana, é importante compartilhar com os estudantes como está planejado esse semestre para que estejam atentos aos seus registros e futuras produções. Ao final está prevista a produção de uma revista digital com a participação de todos os componentes desta Unidade Curricular, em que a matemática vai tratar da organização dessa revista digital de divulgação científica, na perspectiva de apresentar as discussões e as aprendizagens dos estudantes sobre "Certeza e incerteza: para que serve a probabilidade". Assim, sugerimos uma conversa com os demais professores para um alinhamento e acompanhamento das ações propostas aos estudantes.

Para o processo de pensar sobre suas aprendizagens em relação à probabilidade, converse com os estudantes sobre a produção em que eles serão os autores dos conteúdos envolvendo todos os componentes, assim, durante as aulas, juntos devem registrar pontos relevantes para que depois possam escolher o que será selecionado para compor a revista. Essa organização que se dará na última atividade concomitante com os demais componentes, assim, solicite que durante todo o processo, organizem, individualmente, um Diário de Aprendizagem. Esse diário pode ser um caderno ou ter outro formato de escolha do estudante, mas que esteja sempre à mão para os registros. Por se tratar de um diário, incentivá-los a fazerem esses registros será muito importante para que compreendam como a probabilidade contribui na tomada de decisões, compreendendo sua função nos processos decisivos do cotidiano e em outras áreas, apresentando exemplos e modelos que possibilitem responder ou completar a frase que dá nome a essa Unidade Curricular. A cada situação em que a probabilidade está presente e que seja um modelo para responder às necessidades de situações do cotidiano ou da própria matemática, os estudantes devem ser incentivados a exercitar sua autonomia para realização dos registros, logo não é esperado que os Diários de Aprendizagem sejam iguais, pois cada autor tem sua especificidade de observação dos acontecimentos.

Após os combinados da proposta do componente, iniciamos com a primeira provocação para criar um ambiente motivador para o tema e que, ao mesmo tempo, mobilize os estudantes para o tema. Para um primeiro registro, organize os estudantes no formato "U" para uma roda de conversa, essa organização proporciona um melhor contato visual e favorece o desenvolvimento de atividades que têm como proposta debates e/ou discussões sobre temas diversos. Em seguida proponha o seguinte questionamento: O que esperam aprender neste componente? Em um primeiro momento os estudantes anotam suas expectativas e em seguida socializam com os demais

colegas. Devem registrar as primeiras expectativas e assim avise-os que após o desenvolvimento de todas as atividades, eles podem retomar essas anotações e validarem ou não expectativa inicial.

Ainda nesse processo de reflexão e continuar a mobilização sobre o tema, distribua um cartão (um quarto de uma folha de papel A4), para que possam completar a frase: "A probabilidade contribui (ou contribuiu) para minha tomada de decisão na seguinte situação: _____". Com isso, explore situações em que eles já vivenciaram conscientes ou não sobre tomada de decisão com base em informações com dados estatísticos que o fez optar por um caminho e não outro. Você pode escrever a frase na lousa ou outra forma que entender melhor. Promova um momento de socialização sobre o que escreveram, para isso, organize um painel de forma que possam fixar o cartão agrupando as aplicações de um mesmo contexto. As respostas podem revelar diferentes aplicações da probabilidade. Por exemplo, se aparecer alguma frase relacionada a aplicação em jogos, devem ser agrupadas em uma mesma coluna e assim com as demais.

Para o registro do painel, os estudantes podem tirar fotos ou anotar em seus Diários de Aprendizagem a fim de que, posteriormente, possam revisitar e ratificar ou não suas percepções iniciais. Esse processo favorece ao estudante cuidar de sua aprendizagem, observando sua evolução após passar por diferentes processos que poderão contribuir para seu conhecimento sobre o assunto e assim mudar ou não de opinião, acrescentar informações ao que já sabia, entre outras possibilidades.

Em continuidade a esse processo de forma mais prática, sugerimos o jogo "Role os dados", pois, em geral, os jogos envolvem e engajam os estudantes no processo colaborativo e reflexivo.

Planeje algumas aulas para desenvolver e possibilitar aos estudantes vivenciarem o jogo para analisarem os resultados, colocando em prática conhecimentos de probabilidade que aprenderam anteriormente aplicando nessa nova situação.

Para o jogo, os estudantes devem ser organizados em duplas. Após uma primeira leitura da regra do jogo, cada dupla decide quem será o jogador A e o jogador B, anotando qual critério utilizaram para essa decisão.

Regras:

- Os jogadores decidem quem será o jogador A e B; cada um recebe um dado;
- A cada rodada, os dois jogadores lançam os dados simultaneamente;
- O jogador A ganha 1 ponto se a diferença (em módulo) entre os números que saírem nos dados for 0, 1 ou 2; o jogador B ganha 1 ponto se a diferença for 3, 4 ou 5.
- O jogador que tiver o maior número de pontos após 10 rodadas, será o vencedor.
- Os resultados devem ser registrados por meio de uma tabela com a pontuação de cada jogador.

Apresente o modelo da tabela de registros dos resultados referentes ao lançamento dos dados. Na segunda linha, indicamos um exemplo para o preenchimento dos resultados:

Palpite: quem tem maior probabilidade de ganhar?	**Resultados (A, B)**	**Diferença: |A-B|**	**Vencedor da rodada**
	(2,5)	**|2 - 5| = 3**	**B**

Antes de iniciarem as jogadas, solicite que individualmente, cada jogador deve registrar na primeira coluna qual dos dois jogadores têm a maior probabilidade de ganhar o jogo. Com tudo pronto, inicia-se as rodadas e os registros das pontuações, sem a sua intervenção.

Após finalizarem todas as rodadas, registre os ganhadores de cada dupla na lousa para que todos possam acompanhar os resultados. Analisem juntos os resultados obtidos: o que é possível observar com base nesses resultados? Os dois jogadores tinham a mesma probabilidade de ganhar? Ao escolher quem seria o jogador A ou B, vocês pensaram nas possibilidades do jogador que tinha maior chance de ganhar?

Com essa conversa, espera-se que os estudantes observem que o jogo não é justo. Verifique se entendem o motivo pelo qual isso acontece. Para essa investigação, explore as situações com questões como: qual o espaço amostral desse jogo? Quais são os eventos? Com essas informações é possível encontrar a probabilidade de cada jogador ganhar? Em duplas ou em pequenos grupos, oriente-os a encontrarem a probabilidade de cada evento.

É esperado que identifiquem que são possíveis 36 resultados, chamado de espaço amostral. Nesse jogo, existem dois eventos: ao jogar os dados, pode ocorrer o resultado para o Jogador A (0, 1 ou 2) e o resultado para o jogador B (3, 4, ou 5). Explore os resultados para que os estudantes observem que existem 24 resultados ao jogador A, enquanto o jogador B, possui apenas 12. Assim temos os resultados em cada caso: A têm ⅔ de probabilidade de vencer, enquanto B possui ⅓ de probabilidade de sair vencedor, ou seja, o jogador A tem o dobro de chances de ganhar em relação ao jogador B.

Com base nesses resultados, solicite aos estudantes que registrem em seu Diário de Aprendizagem suas conclusões. Socialize o que registraram. Verifique se compreendem que o jogo não é justo.

Questione: Você mudaria seu jogo se conhecesse a probabilidade de cada jogador ganhar ao final das dez rodadas? Será que podemos afirmar que ao conhecer a probabilidade de ocorrer um evento, é possível fazer escolhas mais assertivas? Por quê?

O artigo indicado a seguir trata de quanto vale um previsor, um bom momento para discutir as aplicações desta Unidade Curricular para o mercado de trabalho. Nesse artigo esses modelos iniciam na página 11.

SAIBA MAIS

Professor, sugerimos a leitura do artigo: Aspectos de teoria da decisão e probabilidade subjetiva para o Ensino Básico.
Disponível em: **https://cutt.ly/1PAREbZ**. Acesso em: 22 fev. 2022.

Converse com os estudantes que nem sempre pensar na probabilidade para tomar decisões é simples, assim o objetivo é o de explorar a probabilidade de forma que seja possível tomar decisões de forma mais assertiva em diferentes situações.

A discussão pode ser ampliada a partir do contexto do jogo role os dados, em que os estudantes opinaram sobre o jogo ser justo ou não, e essa opinião teve como base a subjetividade. Nesse sentido, os estudantes colocam em prática a intuição, trazendo a perspectiva da Probabilidade Subjetiva, que além da intuição e das experiências vividas, as situações são avaliadas sem a informação dos resultados. No cotidiano, por exemplo, quando acordamos de manhã e observamos o céu nublado e então devemos decidir se levamos ou não guarda-chuva, considerando a probabilidade de chover. Essa decisão considera a intuição e a experiência: céu nublado, tende a chover, logo parece que a probabilidade de chover é maior. Discuta que, mesmo ter passado por essa experiência, existe a probabilidade de não chover, por esse motivo, a probabilidade subjetiva é aplicada, mesmo que de forma inconsciente, no dia a dia das pessoas, que é interessante, mas não apresenta dados concretos, pois é baseada em experiências ou crenças pessoais, em geral aplicada em situações de incertezas.

Professor, organize uma roda de conversa em que os estudantes possam socializar suas ideias e os registros feitos em cada uma das situações sobre o que aprenderam. Oriente-os para que façam os registros no Diário de Aprendizagem, complementando com a ideia dos demais grupos, se achar necessário.

DESENVOLVIMENTO

Semanas 2 e 3: 10 aulas

Para ampliar os conhecimentos, o objetivo deste momento é introduzir aspectos da teoria de decisão e apresentar a probabilidade subjetiva em que avaliamos as situações incertas sem dados e sem a contagem baseando-se em experiências pessoais, uma opinião ou crença sobre a chance de ocorrência de um evento.

Para apresentar a probabilidade subjetiva, indicamos o vídeo Brasil x Argentina - Análise de dados e probabilidade. (Disponível em: **https://cutt.ly/YOD91mK**. Acesso em: 05 fev. 2022). Proponha a organização dos estudantes em grupos para que assistam ao vídeo. Combine um tempo para que concluam a tarefa, levando em consideração o tempo do vídeo. Sugerimos as questões a seguir, ou formule outras que achar necessário.

- O que você compreendeu sobre a árvore de decisões?
- Qual a contribuição da árvore de decisão para a personagem?
- Como você entendeu a função de utilidade?
- Como você entendeu a probabilidade subjetiva?
- Destaque e relacione trechos das falas das personagens com conceitos, definições ou propriedades sobre probabilidade estudados por você.

SAIBA MAIS

Recomendamos a leitura do guia do professor sobre o vídeo Brasil x Argentina - Análise de dados e probabilidade - Série: Matemática na Escola.
Disponível em: **https://cutt.ly/GPAsa4V**. Acesso em: 22 fev. 2022.

Organize um painel para cada pergunta em que os grupos possam apresentar suas respostas, verificando o que há de comum e a percepção de cada um, para então, juntos formularem ideias sobre o que foi apresentado no vídeo.

Espera-se que os estudantes percebam que, todas as vezes que nos deparamos com situações na qual há mais de uma de escolha, toma-se uma decisão que envolve uma comparação entre alternativas, e assim considera-se as incertezas que podem afetar a tomada de decisão. No que se refere à utilização do diagrama ou árvore de decisão, deseja-se que entendam tratar-se de um mapa dos possíveis resultados de uma série de escolhas relacionadas que permite organização e comparação de ações com base em suas probabilidades, custo, benefícios entre outros. Na probabilidade subjetiva, o valor atribuído aos eventos pode variar de um indivíduo para outro, já que cada um é único e possui uma relação diferente com o mundo que o cerca, com opiniões e pensamentos conforme suas experiências. Nesse sentido, na interpretação da probabilidade subjetivista, o valor atribuído às probabilidades se baseia no conhecimento prévio da pessoa que está modelando o problema. Este conhecimento prévio pode levar em conta aspectos teóricos ou a experiência prévia com fenômenos similares ao fenômeno estudado.

O importante nesta atribuição de valores é que a função definida satisfaz os axiomas de uma função de probabilidade: probabilidade de qualquer evento é um valor entre 0 e 1, e que a probabilidade do conjunto de todos os resultados possíveis é igual a 1; a probabilidade de dois eventos mutuamente exclusivos (que não podem ocorrer ao mesmo tempo) é igual à soma de suas probabilidades; a propriedade anterior é válida para qualquer coleção enumerável de eventos.

Na continuidade, apresente as situações a seguir os estudantes, que em duplas, devem criar uma árvore de decisão, atribuir um valor para a utilidade da decisão e encontrar o valor da utilidade média de cada situação:

Situação 1: Você ouve no noticiário que há probabilidade de 60% de chuva no próximo final de semana. Você decidiu ir ao teatro, mas fica em dúvida se leva, ou não o guarda-chuva. O que fazer?

Situação 2: Você e seus colegas combinaram uma ida ao cinema no sábado, mas estão em dúvida em decidir se irão assistir a um filme de ação ou terror.

Situação 3: Escolha um evento de seu interesse, em que seu par o auxilie a definir a sua probabilidade (cuja probabilidade não seja, no momento, 0 ou 1). Depois os papéis se invertem, de modo que cada um possa fazer os dois papéis: entrevistador e entrevistado.

Oriente os estudantes para acrescentar anotações no Diário de Aprendizagem para complementar, se for o caso, a produção da revista digital de divulgação científica sobre a questão "Para que serve a probabilidade?"

A proposta agora, é a de investigar e analisar experimentos aleatórios e determinísticos. Para mobilizar a discussão das primeiras ideias, questionar o que entendem por "determinístico" e "aleatório". Após a socialização dessas ideias, apresente duas situações em que eles devem identificar o tipo de experimento a partir de suas respostas iniciais.

Para organizar juntos os conceitos para cada um dos experimentos, organize na lousa um *brainstorming* possível juntos organizar os conceitos para cada um dos experimentos. Essa conversa poderá ser realizada com toda a turma, ou se preferir uma análise em grupos e depois abrir para uma discussão da classificação das duas situações:

Experimento 1: A água quando aquecida até 100° C, sob pressão de 1 atm entra em ebulição.

Experimento 2: Monitorar o período de melhora de um paciente após um tratamento experimental.

Os estudantes devem socializar suas respostas e argumentos em relação aos dois experimentos. Considere a discussão em outros contextos, para que observem que a aplicação prática desses conceitos estão presentes em diferentes áreas do conhecimento.

No experimento 1, sempre que a água chegar à temperatura de 100°C entrará em ebulição, sob pressão de 1 atm. Esse é um experimento em que o resultado já é conhecido antes mesmo de ser realizado, considerando que seja realizado sob as mesmas condições, logo é um evento determinístico.

No experimento 2, por mais que os resultados tenham uma certa previsão, só é possível conhecer seu resultado após a realização do experimento, logo temos aqui um experimento aleatório, pois, quando repetido nas mesmas condições, podem levar a resultados distintos.

DE OLHO NA INTEGRAÇÃO

Professor, no Componente 2: **Determinismo e as surpresas do mundo Quântico**, na atividade 1 há uma discussão sobre um importante paradigma científico conhecido em geral como "Determinismo Laplaciano". Essa discussão, considerando a Física Clássica, é uma proposta do componente, o que poderá contribuir para que os estudantes compreendam esses fenômenos quando abordados na perspectiva da probabilidade. Se for possível, verificar com o professor do componente em que momento ele fará essa discussão para alinhar com seu planejamento. De qualquer forma, sugerimos que assista ao vídeo proposto no componente 1 para fomentar essa discussão.

Para praticar, os estudantes devem formular duas situações que tratam desses dois tipos de experimentos, explorando a repetição sob as mesmas condições; a descrição do conjunto de todos os possíveis resultados e a elaboração de um modelo matemático que possibilita analisar o experimento.

Após essa formulação, os grupos trocam as questões e um responde a do outro. Essa estratégia contribui para que os estudantes explicitem o que aprenderam de maneiras diferentes, produzindo formas de leitura das análises.

Com base nas análises, organize uma roda de conversa em que os estudantes compartilham suas ideias e os registros feitos de cada um dos experimentos sobre o que aprenderam. Com a participação de toda a turma, esse é um momento para que juntos possam formular o conceito para cada experimento, por isso oriente para realizar os registros no Diário de Aprendizagem.

Para contextualizar, sugerimos abordar de que forma a teoria da probabilidade, historicamente estava relacionada aos jogos, por exemplo o de cartas e roletas, e como, atualmente, essa relação ainda é muito presente nas aplicações. Entretanto, a probabilidade ao longo dos tempos, vai além dessas aplicações, contribuindo de forma significativa nas tomadas de decisões para as políticas públicas, no estudo de mercado para estabelecer a relação entre custos e benefícios voltados para empresas, como realizar uma pesquisa sobre a aceitação de um produto no mercado, na pesquisa sobre uma medicação nova e seus efeitos durante um determinado período entre outros exemplos. Importante ressaltar que para essas tomadas de decisões, os experimentos aleatórios, contam com o fator acaso, mas em sua realização, é possível prever resultados com certo grau de segurança, e por esse motivo os experimentos aleatórios são objetos de interesse da teoria da probabilidade e para essa compreensão discutimos os dois tipos de experimentos citados.

De maneira geral, a probabilidade quantifica a incerteza associada aos fenômenos aleatórios (situações ou acontecimentos cujos resultados não podem ser previstos com certeza) cujos resultados não são conhecidos previamente. A análise dos dados probabilísticos está associada a uma tomada de decisão com a finalidade de avaliar riscos e impactos dos fenômenos aleatórios.

SISTEMATIZAÇÃO

Semana 4: 5 aulas

Considerando que o foco está nos experimentos aleatórios e, provavelmente, os estudantes já tiveram contato com estudos referentes à Probabilidade, e para dar continuidade ao tema em diferentes perspectivas, vamos usar a metodologia World Café para fazer o diagnóstico do que sabem sobre os cálculos probabilísticos, a partir de conversas entre os participantes, gerando a troca de conhecimentos para conectar as ideias entre os grupos.

Para potencializar esses diálogos, organize as mesas da sala de aula para grupos de 4 a 5 estudantes. Depois que estiverem nos grupos, devem escolher um integrante para ser o anfitrião. Conte que seu papel é o de receber os demais grupos no momento que fizerem o rodízio e será o guardião das ideias que serão discutidas a cada rodada. Em cada mesa, distribua folhas para que os registros das conversas sejam realizados a partir do que aprenderam. Comente com os estudantes que esse tema já foi estudado em anos anteriores, sendo necessário aprofundá-lo.

Na primeira rodada de diálogo, os grupos deverão responder perguntas que contribuam para que compreendam a importância dos conceitos sobre probabilidade para dar continuidade às propostas das atividades seguintes. Sugerimos as seguintes perguntas:

1. O que o grupo entende por Espaço Amostral?

2. Como é possível identificar um evento do Espaço Amostral?

3. Como são classificados os principais eventos do Espaço Amostral?

Lembre novamente que o anfitrião deverá anotar as discussões do grupo. Combine o tempo de discussão e após, o grupo troca de mesa enquanto o anfitrião permanece no grupo original para completar.

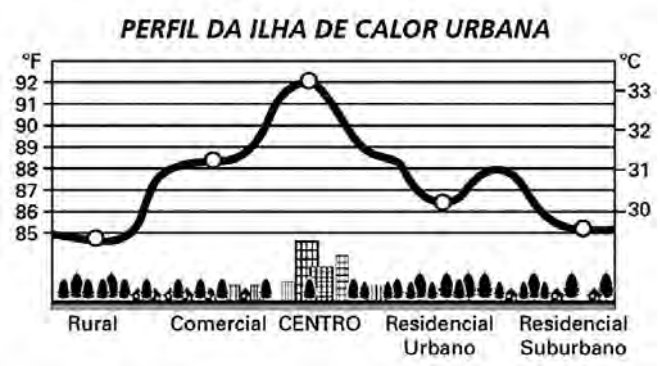
Escolha um anfitrião para responder a uma das perguntas e os demais complementam, fazendo o mesmo procedimento até finalizar as questões, organizando em um painel as respostas.

Na segunda rodada, proponha algumas situações para que os estudantes possam calcular a probabilidade de ocorrer um evento. Espera-se que os estudantes observem que a probabilidade de um evento é calculada considerando os casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis.

Elencamos, a seguir, algumas situações-problema que podem fazer parte dessa rodada:

Questão 1 - (ENEM 2018 - PPL. Adaptada) Uma senhora acaba de fazer uma ultrassonografia e descobre que está grávida de quadrigêmeos. Qual é a probabilidade de nascerem dois meninos e duas meninas?

Questão 2 – (ENEM 2011. Adaptada) Rafael mora no Centro de uma cidade e decidiu se mudar, por recomendações médicas, para uma das regiões: Rural, Comercial, Residencial Urbano ou Residencial Suburbano. A principal recomendação médica foi com as temperaturas das "ilhas de calor" da região, que deveriam ser inferiores a 31°C. Tais temperaturas são apresentadas no gráfico:



Escolhendo, aleatoriamente, uma das outras regiões para morar, calcule a probabilidade de ele escolher uma região que seja adequada às recomendações médicas.

Fonte: **https://www.preparaenem.com/matematica/probabilidade-2.htm**. Acesso em: 16 abr. de 2022.

Para socialização, organizar um painel em que todos possam colaborar para sistematizar os conceitos que envolvem os cálculos de probabilidade.

Para o Diário de Aprendizagem, proponha aos estudantes que pesquisem sobre os tipos de eventos, cálculo de probabilidades e escreva uma nota sobre os procedimentos de aplicação desse cálculo e como é dada essa interpretação.

Professor, para consolidar esses conhecimentos, proponha a criação de um mapa conceitual com a sistematização sobre os estudos realizados nesta atividade, apresentando as principais ideias e as relações existentes entre elas, de maneira a tornar acessível os conceitos discutidos para aplicação em outros contextos.

SAIBA MAIS

Para a resolução das questões propostas, consulte: **https://cutt.ly/X0wHMCm**. Acesso em: 22 fev. 2022.

Mapas conceituais e aprendizagem significativa.
Disponível em: **https://cutt.ly/wRH7XzZ**. Acesso em: 22 fev. 2022.

Por fim, esse mapa pode ser fotografado e compor o Diário de Aprendizagem e futuramente a revista digital.

AVALIAÇÃO

Professor, a reflexão e a discussão coletiva sobre o que foi produzido pelos estudantes constitui um momento importante da avaliação. Nessa perspectiva, a ação de avaliar deve ser um processo sistemático, compartilhado, e que demanda intencionalidade de quem avalia, registro do que observa, escuta atenta e sensibilidade. Nos momentos de discussão e nas produções dos grupos, você poderá observar em processo se os estudantes: reconhecem a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades, selecionam e mobilizam intencionalmente recursos criativos relacionados à Matemática para resolver problemas de natureza diversa, incluindo aqueles que permitam a produção de novos conhecimentos matemáticos, comunicando com precisão suas ações e reflexões relacionadas a constatações, interpretações e argumentos, bem como adequando-os às situações originais.

ATIVIDADE 2

INTRODUÇÃO

Semana 5: 5 aulas

Professor, a discussão neste momento será sobre os experimentos aleatórios em espaços amostrais equiprováveis e não equiprováveis. Provavelmente os estudantes já trataram da probabilidade sem discutir o significado de equiprobabilidade. Para esse momento, elabore algumas perguntas que possibilitem a reflexão dos estudantes em relação ao conceito de espaço amostral: Vocês têm ideia do significado de equiprovável? Já se questionaram o motivo de os problemas sobre probabilidade aparecem termos como: "um dado honesto", "lançar uma moeda não viciada", "sorteio de bolas idênticas"? Qual a relação dessas indicações estarem presentes nos experimentos aleatórios tratados até o momento?

Parece que é natural tratar de espaço amostral equiprovável, sem se dedicar ao seu significado, mas é fato, que em eventos de situações reais, não está garantida a equiprobabilidade. Assim, questione: Na opinião de vocês, ao lançar um dado, por exemplo, todos os números têm a mesma probabilidade de ser sorteado?

A partir das respostas dos estudantes, mantenha o diálogo de forma que possam refletir sobre esse conceito, que não é tão natural como parece ser em situações-problema que em geral estão presentes quando tratamos de probabilidade.

Os eventos equiprováveis não são tão corriqueiros, mesmo quando estão relacionados aos jogos, dados e moedas, que aparentemente não apresentam imperfeições, e existem grandes chances de existirem e que podem influenciar no resultado do cálculo da probabilidade e consequentemente, considerando a situação, influenciar na tomada de decisões.

Comente que as imperfeições podem estar associadas à produção do objeto, nas medidas, na distribuição uniforme da massa utilizada para a confecção de um dado, por exemplo, uso constante do material que pode danificá-lo, quebras entre outros e pode, inclusive, ser intencional essas imperfeições, e que podem contribuir para que a ideia de equiprobabilidade seja garantida na realização do experimento.

Outro ponto de questionamento para essa reflexão deverá ser sobre o cálculo da probabilidade: Será que para calcular a probabilidade de amostras não equiprováveis pode ser realizado da mesma forma que as equiprováveis: número de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis?

Socialize as respostas dos estudantes, anotando se achar necessário de que forma os estudantes resolvem essa questão.

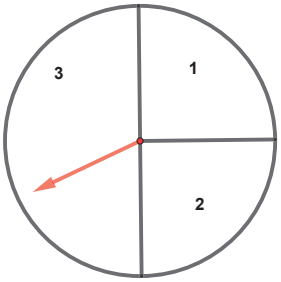
Proponha os desafios para os estudantes, organizados em duplas para que a partir das discussões, encontrem uma estratégia para resolver as situações a seguir. Eles registrarão de que forma chegaram ao procedimento de resolução, combinando um tempo para investigar e analisar os eventos a seguir.

Esse momento é fundamental para organizar a forma de sistematização dos novos saberes que serão necessários para o desenvolvimento das próximas atividades deste componente. É importante que todos os estudantes tentem resolver as três situações.

Situação 1: Numa turma de 35 alunos é possível que existam dois estudantes que façam aniversário no mesmo dia? Encontre a chance desse evento ocorrer.

Situação 2: No lançamento de um dado de 6 faces confeccionado de forma que a probabilidade de sair o número 2 é o dobro de sair o número 1. Encontre a chance de ocorrer .

Situação 3: A figura a seguir representa uma roleta. Toda vez que a seta gira, sempre para em um dos setores circulares 1, 2 ou 3. Encontre a chance de a seta parar no setor circular de número 1?



Fonte: Elaborado pelo autor

SAIBA MAIS

1. Para explorar a resolução das situações propostas, assista ao vídeo: **Paradoxo do aniversário**. Disponível em: https://cutt.ly/sF92PpR. Acesso em: 16 abr. de 2022.

2. **Espaço amostral não equiprovável**. Disponível em: https://cutt.ly/PF924AF. Acesso em: 16 abr. de 2022.

Organize um momento para que os estudantes possam compartilhar suas resoluções e apresentar os procedimentos que escolheram. Socializem as resoluções, considerando o que apresentaram, para que todos possam compreender o significado de espaços amostrais equiprováveis e não equiprováveis.

DESENVOLVIMENTO

Semanas 6 e 7: 10 aulas

Professor, o objetivo é investigar a distribuição de probabilidades de um conjunto de dados discretos, por meio de experimentos aleatórios que propiciem aos estudantes aplicarem seus conhecimentos, com foco no aprofundamento da função ou distribuição de probabilidade de um experimento aleatório, isto é, a função de probabilidade associa um valor de probabilidade a cada possível ocorrência de uma variável aleatória discreta.

Considerando que os estudantes já tiveram contato com estudos de probabilidade, nesse momento, sugerimos aplicar a metodologia aprendizagem entre pares para estimular a troca, a colaboração, a coprodução e o compartilhamento de ideias e informações entre os jovens e, dessa forma, eles podem ensinar e aprender ao mesmo tempo.

Organize os estudantes em grupos, disponibilizando uma cópia com os experimentos. A seguir, combine um tempo para realização dessa atividade e solicite que produzam um registro sobre o assunto, para que no momento seguinte possam compartilhar com todos o que aprenderam.

Experimento 1: Considere o lançamento de um dado de 6 faces não viciado. Encontre a probabilidade de ocorrer qualquer uma das faces voltada para cima. Elabore um gráfico adequado para representar a distribuição da probabilidade P(x) dos resultados do lançamento.

Após resolverem o experimento 1, abrir o espaço para socialização e você pode mediar esse momento para que investiguem e reflitam sobre alguns aspectos do experimento 1:

- Qual foi a probabilidade encontrada?

  No lançamento de um dado não viciado o evento aleatório "resultado do lançamento de um dado" corresponde a probabilidade de ocorrência $\frac{1}{6}$ e as ocorrências são (1,2,3,4,5,6) da variável aleatória discreta que define o espaço amostral.

SAIBA MAIS

Com o objetivo de contribuir na reflexão do Experimento 1, indicamos realizar a simulação do lançamento de um dado com o auxílio de uma planilha eletrônica. Disponível em: **https://cutt.ly/5F98YY8**. Acesso em: 23 fev. 2022.

- A função de probabilidade associará a cada uma destas ocorrências uma probabilidade igual a correspondente a $\frac{1}{6}$ um conjunto de pares ordenados:

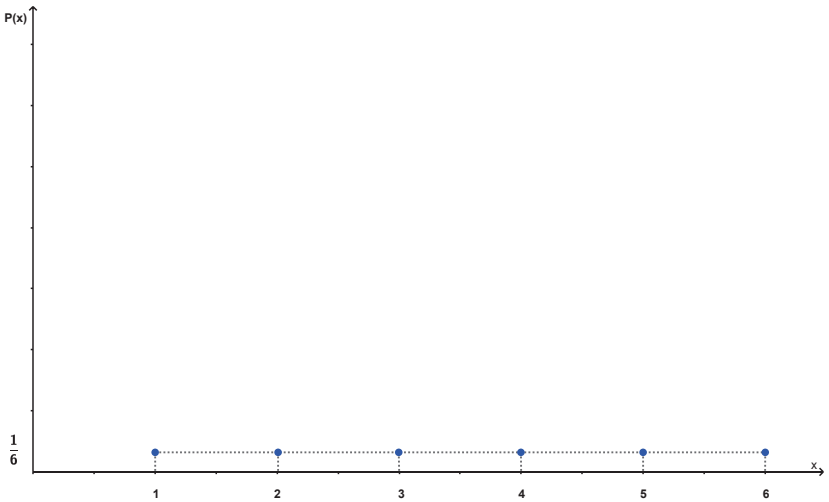
$((1,\frac{1}{6}); (2,\frac{1}{6}); (3,\frac{1}{6}); (4,\frac{1}{6}); (5;\frac{1}{6}); (6,\frac{1}{6}))$ denominado distribuição de probabilidade da variável aleatória discreta;

- Satisfaz as condições: a soma de todos os valores de uma distribuição de probabilidade deve ser igual 1. A probabilidade de ocorrência de um evento deve ser de $0 \leq P(x) \leq 1$ para todo x.

- A variável aleatória discreta nesse experimento apresenta um número finito de valores possíveis com igual probabilidade denominada "distribuição uniforme discreta".

Professor, a partir da reflexão proposta, observe se os estudantes elaboraram um gráfico em que o eixo horizontal (x) representa o espaço amostral finito e o eixo vertical (P(x)) representa o valor da probabilidade. A seguir, o gráfico esperado para representar o experimento 1.

A partir desse momento, a proposta é a investigar o caminho para se chegar até a distribuição normal, considerando os conhecimentos que possuem sobre a elaboração e interpretação de gráficos.



Fonte: Elaborado pelo autor

SAIBA MAIS

Para saber mais sobre a formalização do conceito abordado no experimento 1, consulte: **https://cutt.ly/UDA7ZsX** . Acesso em: 31 mar. 2022.

Experimento 2: Considere o lançamento de dois dados de 6 faces não viciado. Encontre a probabilidade de ocorrência das somas das duas faces voltadas para cima serem iguais ou maiores que 2. Elabore um gráfico adequado para representar a distribuição de probabilidades P(x) das somas dos resultados das faces de dois dados.

Explore alguns aspectos sobre o experimento 2:

- No lançamento de dois dados não viciados, o evento "somas das duas faces voltadas para cima serem iguais ou maiores que 2", temos as possíveis ocorrências dadas pelo conjunto formado por todos os resultados possíveis:

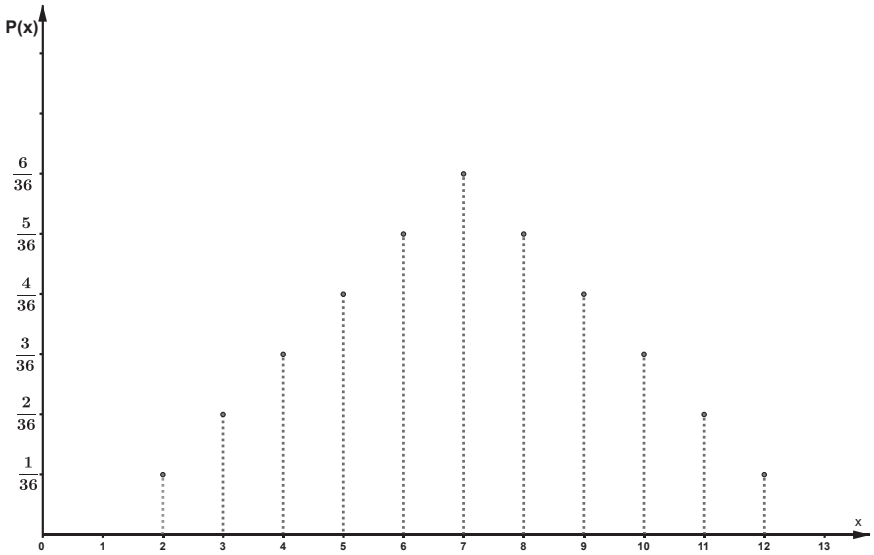
  $\Omega = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 12\}$, ou seja, o espaço amostral.

- A probabilidade da soma ser igual a 2 é de $\frac{1}{36}$, pois o único resultado possível que resulte em 2, quando cada dado tenha a face voltada para cima, seja o número 1;
- O mesmo ocorre para a soma igual a 12, pois ocorre somente quando os valores sejam iguais a 6 nas duas faces voltadas para cima nos dois dados;
- A probabilidade do resultado ser 7 é igual a $\frac{6}{36}$ com maior número de casos favoráveis.
- A função de probabilidade associará a cada uma destas ocorrências uma probabilidade correspondente a um conjunto de pares ordenados:

$((2,\frac{1}{36}); (3,\frac{2}{36}); (4,\frac{3}{36}); (5,\frac{4}{36}); (6;\frac{5}{36}); (7,\frac{6}{36});(8,\frac{5}{36}); (9,\frac{4}{36}); (10,\frac{3}{36}); (11,\frac{2}{36}); (12;\frac{1}{36}))$ denominado distribuição de probabilidade da variável aleatória discreta.

- Satisfaz as condições: a soma de todos os valores de uma distribuição de probabilidade deve ser igual 1. A probabilidade de ocorrência de um evento deve ser de $0 \leq P(x) \leq 1$ para todo x.

A partir da reflexão proposta verifique se os estudantes elaboraram um gráfico em que o eixo horizontal (x) representa o espaço amostral finito e o eixo vertical (P(x)) representa o valor da probabilidade, o gráfico esperado para representar o experimento 2 deve ser:



Fonte: Elaborado pelo autor

Após a apresentação dos gráficos peça aos estudantes que os comparem, observando a distribuição de probabilidades em cada experimento essa discussão contribuirá para que observem a diferença entre os dois experimentos. No experimento 1, que o conjunto de pares ordenados estão alinhados em relação ao eixo horizontal de maneira uniforme evidenciando que a probabilidade para cada elemento do espaço amostral correspondente a $\frac{1}{6}$. No experimento 2, observa-se que temos a mesma probabilidade para as somas: 2 e 12, 3 e 11, 4 e 10, 5 e 9, 6 e 8, ou seja, elementos diferentes do espaço amostral correspondem à mesma probabilidade. No caso da soma dos valores das faces voltadas para cima ser igual a 7, observa-se a maior chance de ocorrência do evento aleatório. Ao definir a distribuição de probabilidade, estabelecemos uma correspondência unívoca entre os valores da variável aleatória x (elementos do espaço amostral) e os valores da variável P (probabilidade). Esta correspondência define uma função P(x), ou seja, os valores de x formam o domínio da função e valores de probabilidade o conjunto imagem.

SAIBA MAIS

Para saber mais sobre a formalização conceitual do experimento 2, sugerimos consultar: **Introdução aos Modelos Probabilísticos Discretos** (p. 3 a 8).
Disponível: **https://cutt.ly/vDA7nLi**. Acesso em: 31 mar. 2022.

Organize uma roda de conversa para que os estudantes socializem suas ideias sobre o que aprenderam sobre os experimentos. Após esse momento, eles registrarão no Diário de Aprendizagem pontos para a revista digital.

Na continuidade, com o objetivo de investigar e analisar a distribuição normal de probabilidades de um conjunto de dados contínuos, também conhecida como distribuição normal, realize uma atividade que proporcione na prática um processo ativo e reflexivo sobre o estudo. Solicite aos estudantes que se organizem em "U".

Em diálogo com os estudantes explore, por exemplo, "O que é a distribuição normal gaussiana", destacando a sua importância para descrever uma série de fenômenos físicos e financeiros, possuindo grande uso na estatística, pois muitos fenômenos aleatórios comportam-se próximos a essa distribuição, como por exemplo: altura, pressão sanguínea, peso, entre outras. A distribuição normal é a mais familiar das distribuições de probabilidade e também uma das mais importantes em estatística, uma vez que a aplicação dessa distribuição é a função densidade de probabilidade associada ao fato de que aproxima de forma bastante satisfatória as curvas de frequências de medidas físicas.

Ela serve de aproximação para o cálculo de outras distribuições, conforme o Teorema central do limite: quando o tamanho da amostra aumenta, a distribuição amostral da sua média aproxima-se cada vez mais de uma distribuição normal. Alguns exemplos de aproximação de um histograma por uma função de distribuição gaussiana, você encontra em: **https://cutt.ly/cSNPcmr**. Acesso em 04 mar. 2022.

Professor, a partir discussões, reflexões e questionamentos acerca do objeto em estudo, oriente os estudantes na investigação das propriedades da Distribuição Normal a seguir:

1ª) A variável aleatória X pode assumir todo e qualquer valor real;

2ª) A representação gráfica da distribuição normal é uma curva em forma de sino, simétrica em torno da média, que recebe o nome de curva normal ou de Gauss;

3ª) A área total limitada pela curva e pelo eixo das abscissas é igual a 1, já que essa área corresponde à probabilidade de a variável aleatória X assumir qualquer valor real;

4ª) A curva normal é assintótica em relação ao eixo das abscissas, isto é, aproxima-se indefinidamente do eixo das abscissas sem, contudo, alcançá-lo;

5ª) Como a curva é simétrica em torno da média, a probabilidade de ocorrer valor maior que a média é igual à probabilidade de ocorrer valor menor do que a média, isto é, ambas as probabilidades são iguais a 0,5 ou 50%. Cada metade da curva representa 50% de probabilidade. Numa amostra da variável aleatória com distribuição normal, o objetivo nosso é obter a probabilidade de essa variável aleatória assumir um valor em um determinado intervalo.

SAIBA MAIS

Para auxiliar no desenvolvimento conceitual da distribuição normal gaussiana, sugerimos acessar o link **https://cutt.ly/zAjpaHe**. Acesso em: 03 mar. 2022.

A seguir, apresentamos uma proposta de aplicação da distribuição normal em uma amostragem estatística de um conjunto de dados fictícios, por meio da Situação 1 com o objetivo de investigar e analisar os primeiros conceitos relativos à Distribuição Normal de forma intuitiva com o auxílio de uma planilha eletrônica. O uso de planilhas eletrônicas dispensa a realização de numerosos cálculos necessários, podendo assim facilitar a simulação em razão do dinamismo no tratamento dos dados, mantendo o foco na análise e na modelagem matemática. Usualmente, a forma de se calcular probabilidade de uma variável aleatória de uma Distribuição Normal ocorre por meio da tabela normal padrão ou planilhas eletrônicas, isto se justifica pela complexidade dos cálculos.

Organize os estudantes em duplas, disponibilize uma cópia com a Situação 1, computadores com acesso à internet ou outro recurso para utilizar planilhas eletrônicas, combine um tempo para realização dessa atividade e incentive-os a produzirem um registro sobre o assunto, para que, no momento seguinte, possam compartilhar com todos o que aprenderam.

Situação 1: A tabela, a seguir, representa as medidas das alturas em cm de 100 estudantes de uma determinada escola:

Tabela 1: Medidas da altura de 100 estudantes (em cm)

142	147	149	152	153	154	156	157	158	160	143	148	150	152	154	155	156	157	159	160
144	148	150	152	154	155	156	157	159	161	145	149	151	153	154	155	156	157	159	161
145	149	152	153	154	155	156	158	160	162	142	147	149	152	153	154	156	157	158	160
143	148	150	152	154	155	156	157	159	160	144	148	150	152	154	155	156	157	159	161
145	149	151	153	154	155	156	157	159	161	145	149	152	153	154	155	156	158	160	162

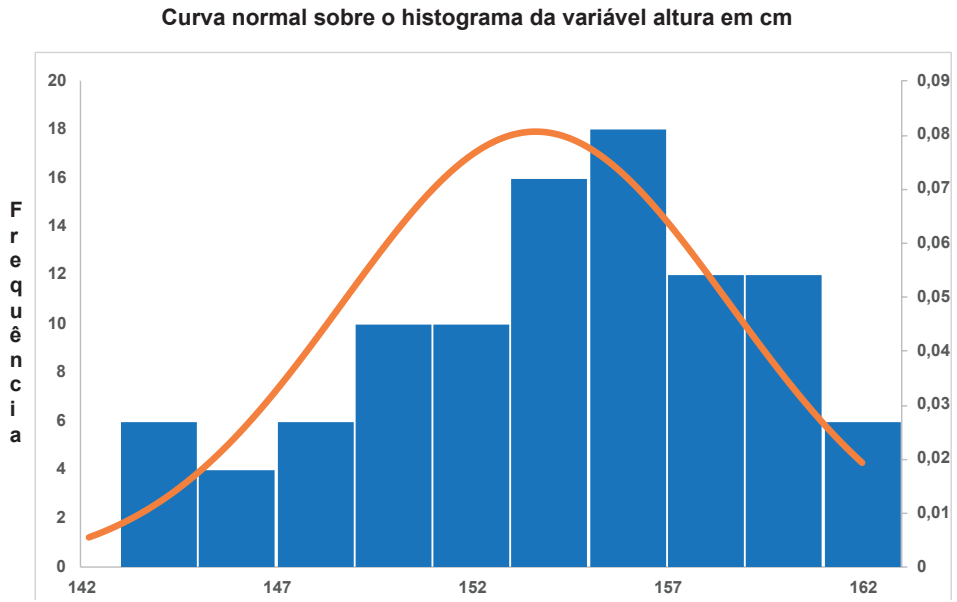
Fonte: Dados fictícios

Professor, como a tabela de dados brutos não é prática para fazer análises, estimule os estudantes, nessa etapa, a inserirem em uma planilha eletrônica os dados da tabela 1 com o objetivo de auxiliar a elaboração da tabela de frequências, Histograma, cálculo da média e o desvio padrão e determinação da curva da distribuição normal.

SAIBA MAIS

Professor, para a Situação 1, sugerimos assistir ao vídeo de forma a auxiliar na elaboração de um Histograma e a Curva da Distribuição Normal com o auxílio de uma planilha eletrônica. Disponível em: **https://cutt.ly/aSNOtEW**. Acesso em: 24 mar. 2022.

O gráfico, a seguir, representa o Histograma da altura em cm de uma amostra de estudantes, cuja média da altura 153,64 cm e o desvio padrão 4,95 cm normalizado ajustado por uma função gaussiana.



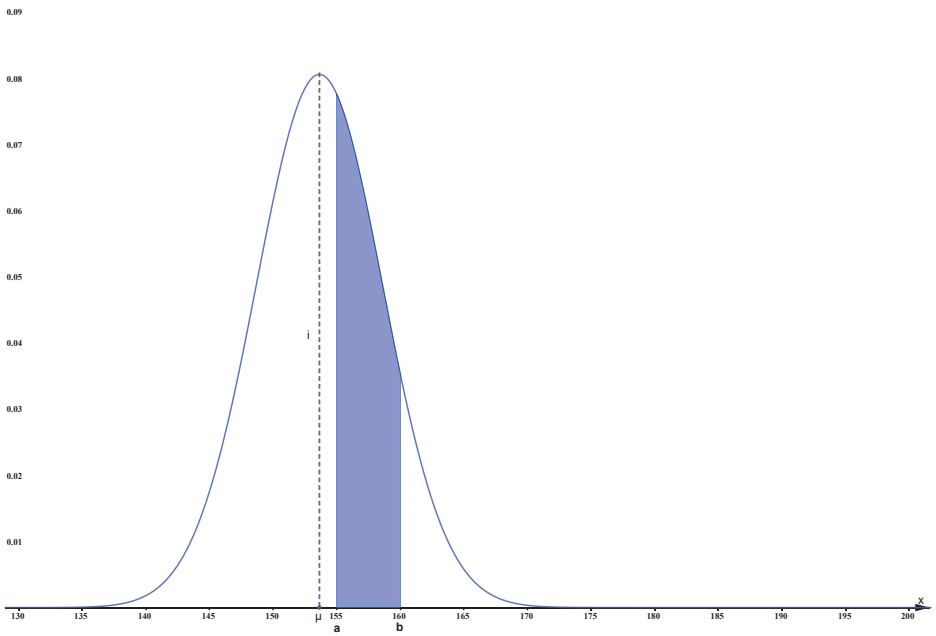
Fonte: Elaborado pelo autor

Professor, explique aos estudantes, por exemplo, que uma amostra de dados reais nunca se ajusta perfeitamente a uma distribuição normal teórica, mas frequentemente ela se aproxima bem. Quando essa aproximação for razoável, podemos fazer inferência de probabilidades sabendo apenas as estimativas amostrais de μ (média) e σ (desvio padrão), pois a área sob a curva é conhecida matematicamente. Peça-lhes que analisem e investiguem o gráfico da curva normal sobre o histograma da variável altura (cm) com uma reflexão, por exemplo, que o histograma que representa a distribuição de frequências das alturas é a aproximação de um histograma por uma função de distribuição gaussiana, que o eixo vertical representa as densidades e no eixo horizontal os valores observados das alturas em cm e a curva contínua é o Modelo Probabilístico ou função densidade de probabilidade, aplicada para calcular a probabilidade de x contido em intervalos reais da probabilidade P(a<x<b), ou a função de densidade da variável aleatória altura.

A discussão se amplia com os estudantes sobre uma distribuição de dados que possui a maioria de seus valores em volta de sua média, com menor densidade nos valores dos extremos, verificando-se que ela se aproxima de uma distribuição normal. Além disso, pode-se utilizar esse modelo para descrever o conjunto de dados, por exemplo, que a área de cada retângulo no histograma corresponde à frequência relativa da respectiva classe, que, por sua vez, corresponde à probabilidade de ocorrer um valor na referida classe e que a área sob a curva em um determinado intervalo também é uma probabilidade, isto é , a Distribuição Normal será o modelo usado para descrever o conjunto de dados e as probabilidades a partir de áreas sob a curva em relação a um certo intervalo [a, b].

Para ampliar a análise do conjunto de dados, a partir de áreas sob a curva em relação a um certo intervalo [a, b], retome com os estudantes alguns dados obtidos na Situação 1: a variável altura (X) em cm, se distribui normalmente com média μ = 153,64 cm e desvio padrão σ=4,95 cm. Converse sobre a importância das conclusões, pois os valores da média e do desvio padrão de um conjunto de dados em uma Distribuição Normal são fundamentais para a inferência estatística e probabilística, ou seja, fazer afirmações probabilísticas sobre as características do modelo probabilístico, que se supõe representar uma população.

Professor, para que os estudantes possam vivenciar a aplicação prática, problematize, por exemplo, com uma questão objetiva: "Qual a probabilidade de um estudante ser sorteado aleatoriamente e ter altura entre 155 cm e 160 cm?" Para responder a essa questão solicite-lhes , por exemplo, que esbocem o gráfico da curva normal e a hachurar a área do intervalo [155,160]. O gráfico, a seguir, representa a curva normal e a área do intervalo hachurada.



Fonte: Elaborado pelo autor

Professor, os estudantes devem refletir que, para encontrar o valor da área hachurada que corresponde à probabilidade de ocorrer o evento aleatório no intervalo [155,160], por exemplo, aplica-se a padronização, que consiste em transformar uma variável X, com média μ e desvio padrão σ, em outra variável Z com média zero e desvio padrão um. Esclarecendo: para transformar todas as variáveis na mesma ordem de grandeza para padronizar a variável altura (X), devemos subtrair de cada valor de X a média μ e dividir o resultado pelo desvio padrão σ. Desta maneira, para padronizar um conjunto de dados com média e o desvio padrão, utilizaremos a seguinte expressão matemática: : $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$, aplicado no intervalo [155,160], por exemplo temos:

$$Z_1 = \frac{155 - 153{,}64}{4{,}95} = 0{,}2747 \text{ e } = Z_2 = \frac{160 - 153{,}64}{4{,}95} = 1{,}2848$$

Agora, a pergunta não se refere mais às alturas dos estudantes, e sim à nova variável (Z). Assim, a pergunta objetiva passa a ser: Qual a probabilidade de Z ser encontrado no intervalo [0,27; 1,28]?

Para obter essa probabilidade, peça aos estudantes que usem a tabela da Distribuição Normal padrão (Disponível em: **https://cutt.ly/rFt1N6G** . Acesso em: 06 mar. de 2022.). Disponibilize uma cópia e explique que a primeira coluna da tabela corresponde à parte inteira e a primeira decimal de Z, e a primeira linha corresponde a segunda decimal de Z. Na intersecção dessa linha e coluna, encontra-se a probabilidade de Z_1 e Z_2 Os valores das probabilidades dessa nova variável Z são: $Z_1 = 0{,}1064$ e $Z_2 = 0{,}3997$, refere-se à probabilidade de Z pertencer aos intervalos, $0 \leq Z \leq Z_1$ e $0 \leq Z \leq Z_2$, respectivamente. Estimule-os a observarem que a tabela fornece a área (proporção da área total) sob a curva normal padrão de Z=0, até um valor positivo de Z, as áreas para os valores negativos de Z são obtidas por simetria e o valor de Z corresponde ao número de desvios-padrão a contar da média, podendo por exemplo, reescrever a probabilidade como:

$$P(0{,}27 \leq Z \leq 1{,}28) = P(0 \leq Z \leq 1{,}28) - P(0 \leq Z \leq 0{,}27) = 0{,}3997 - 0{,}1064 = 0{,}2933.$$

Dessa maneira, obtemos a resposta da questão: Qual a probabilidade de um estudante ser sorteado aleatoriamente e ter altura entre 155 cm e 160 cm? É de 0,2933 ou 29,33% de chance. Nas conclusões, por exemplo, os estudantes devem observar também que essa probabilidade corresponde à área situada abaixo da curva entre o intervalo [155,160].

SAIBA MAIS

Para auxiliar na elaboração da curva da distribuição normal com área sombreada com o auxílio de uma planilha eletrônica, indicamos o vídeo: Distribuição Normal com Área Sombreada no Excel.
Disponível em: **https://cutt.ly/VFDeDrx**. Acesso em: 24 mar. 2022.

Dando continuidade aos estudos da Situação 1, solicite aos estudantes, investigar e analisar a probabilidade de ocorrência em outros intervalos, como por exemplo:

$P(\mu \leq X \leq \mu + \sigma)$; $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma)$; $P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma)$. Proponha que padronizem o intervalo com o auxílio da tabela normal e esbocem a curva. Nessa investigação, espera-se que concluam que $P(\mu \leq X \leq \mu + \sigma) = 0{,}6825$ ou 68,25%; $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) = 0{,}9544$ ou 95,44%; $P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) = 0{,}9974$ ou 99,74%, isto é, na distribuição normal, as proporções de observações em determinados intervalos são conhecidas, por exemplo, no intervalo entre média mais ou menos dois desvios-padrão ($\mu \pm 2\sigma$) estão compreendidas cerca de 95% das observações e no intervalo entre a média mais ou menos um desvio-padrão ($\mu \pm \sigma$) cerca de 68%, permitindo descrever com precisão como um elemento se posiciona em relação ao resto da população. Por exemplo, se um elemento apresentar um valor de mais de dois desvios-padrão acima da média, sabemos que ele deve estar entre os 2,5% dos elementos com valores superiores da população.

Professor, com o objetivo de ampliar a investigação e análise do modelo probabilístico da distribuição normal da Situação 1, retome a organização dos estudantes em grupos e solicite-lhes que elaborem outras questões objetivas que considerem pertinentes para encontrar a probabilidade em outros intervalos [a; b]. Na sequência, peça que façam o esboço gráfico adequado da distribuição normal e a sua respectiva área hachurada abaixo da curva com a probabilidade de ocorrer um determinado evento.

Após essa formulação, os grupos trocam as questões e um responde do outro. Essa metodologia contribui para que os estudantes explicitem o que aprenderam de maneiras diferentes, produzindo formas de interpretação dos resultados.

Em uma roda de conversa, os estudantes irão expor e socializar suas ideias e os registros feitos de cada uma das questões sobre o que aprenderam. Ao final, realizam os registros para o Diário de Aprendizagem, completando com as ideias dos outros grupos.

SAIBA MAIS

Sugerimos a leitura do artigo: **Estatura de adolescentes matriculados em escolas da rede pública no estado do Paraná, Brasil**. O estudo apresenta os resultados de uma pesquisa em que a estatura para idade entre os escolares obedece a uma distribuição normal em todas as faixas etárias e em ambos os sexos.
Disponível em: **https://cutt.ly/8AkEpjD**. Acesso em: 03 mar. 2022.

SISTEMATIZAÇÃO

Semana 8: 5 aulas

Professor, com o objetivo de ampliar e aprofundar o estudo relacionado à distribuição normal motivados pelas discussões, organize os estudantes em grupos e combine um tempo, para que os jovens escolham uma variável aleatória contínua para uma análise exploratória da distribuição normal de probabilidades de um conjunto de dados contínuos.

Para orientar a investigação e análise dos grupos, solicite aos estudantes a elaboração, com o auxílio de uma planilha eletrônica, por exemplo a tabela de frequências, Histograma, o cálculo da média e do desvio padrão e o esboço adequado da curva normal. Na análise exploratória, por exemplo, eles observarão que o desvio-padrão é um número que mostra a média dos desvios em relação à média, representando a variabilidade média da distribuição e associação da área abaixo da curva com a probabilidade de ocorrer um determinado evento em um intervalo (a; b).

Ao concluírem a análise exploratória, promova uma roda de conversa em que os estudantes compartilham suas ideias sobre a análise exploratória. Recomende que registrem as anotações no Diário de Aprendizagem.

AVALIAÇÃO

Professor, partindo das estratégias pedagógicas adotadas e das observações feitas durante o percurso de aprendizagem dos estudantes nos momentos de discussão e nas produções dos grupos, você poderá observar em processo se os estudantes reconhecem os parâmetros média e desvio-padrão, como elementos necessários para representar uma Distribuição Normal; percebem que área abaixo da curva refere-se à probabilidade de ocorrer um determinado evento; entenderam o conceito de simetria da curva normal em relação ao valor médio e representam uma Distribuição Normal, como uma curva em forma de sino, assintótica ao eixo horizontal.

ATIVIDADE 3

INTRODUÇÃO

Semana 9: 5 aulas

Professor, o objetivo é investigar e analisar situações aplicando conhecimentos matemáticos para avaliar e tomar decisões. Distribua filipetas para os grupos contendo algumas frases envolvendo a ideia de "tomada de decisão". Sugerimos algumas:

Uma tomada de decisão pode ser considerada uma escolha de pelo menos uma entre duas ou mais alternativas possíveis.	Uma tomada de decisão pode ser pela intuição de quem decide ou este se utilizar de modelos matemáticos e estatísticos.	Uma tomada de decisão pode ser tanto no ambiente de certezas ou em ambientes de incertezas.

Os grupos refletem sobre as frases e contam a relação que têm para tomar uma decisão, observando aspectos positivos e os impactos que podem causar na sua vida no dia a dia. É importante discutir essas duas possibilidades, não limitando a olhar somente por uma perspectiva.

Organize os estudantes em um semicírculo para analisarem e discutirem a frase recebida. Estipule um tempo para esse momento, pois, a seguir, os grupos socializarão suas percepções. Nesse momento, os registros das ideias compartilhadas complementarão o Diário de Aprendizagem.

Professor, com o objetivo de ampliar os conhecimentos dos jovens na tomada de decisão, a abordagem será em um contexto de "cenário financeiro" e situações de investimento. Nesse sentido, é uma proposição que contribuirá para analisar e avaliar os futuros projetos empreendedores almejados pelos estudantes, ou que vivenciarão no mundo trabalho ou em seu projeto de vida. Para isso, utilizaremos conceitos empregados na Estatística conhecidos por Valor Esperado (VE), Coeficiente de Variância (CV) e o Desvio-Padrão como parâmetros de comparação para a análise da tomada de decisão em cenários financeiros fictícios.

Organize os estudantes em grupos, disponibilize computadores com acesso à internet e solicite uma pesquisa em fontes confiáveis sobre a definição e as expressões matemáticas que compõem o Valor Esperado, o Coeficiente de Variância e o Desvio-Padrão aplicados, por exemplo, em cenários de investimentos.

Após, a pesquisa reserve um momento para os estudantes compartilharem suas descobertas e o que apreenderam. Observe se eles consideram, por exemplo, que o valor esperado é o produto da probabilidade pela variável aleatória (x), em caso que temos mais de um valor esperado é a soma do produto de cada probabilidade pelo valor esperado (x), então o parâmetro é a média . O coeficiente de variação permite a comparação entre a dispersão de dois conjuntos de dados, obser-

vando o risco para cada unidade de retorno esperada CV= e o desvio-padrão é a medida do grau de dispersão dos valores em torno da média de cada um dos valores esperados $\sigma = \sqrt{\sum P(x).(x- \mu)^2}$.

SAIBA MAIS

Professor, sugerimos a leitura **Fundamentos de Finanças,** que trata de diferentes análises de investimentos em contextos diversificados com aplicação do valor esperado, coeficiente de variância e desvio padrão.
Disponível em: **https://cutt.ly/HCU8VJi**. Acesso em: 16 abr. 2022.

DESENVOLVIMENTO

Semanas 10 e 11: 10 aulas

Professor, com foco na interpretação e análise sobre o significado de "Tendências e decisões", o objetivo é aplicar conhecimentos estatísticos e probabilísticos para apoiar na tomada de decisão. Sugerimos aplicar a metodologia de agrupamentos produtivos com o objetivo de propiciar aos jovens interação entre saberes distintos sobre um mesmo assunto com os colegas e possibilitar que os estudantes aprendam juntos. Organize-os em duplas, estipulando um tempo e disponibilize uma cópia das situações a seguir:

Situação 1: "Uma decisão de investimento"

Supondo que você tem uma quantia em dinheiro e quer aplicá-la. Nessa tomada de decisão você terá que avaliar o risco dessa decisão sobre qual investimento escolher. Para auxiliá-lo nessa decisão, investigue e analise da tabela a seguir:

Investimento 1		**Investimento 2**	
Valor esperado (x)	Probabilidade P(X)	Valor esperado (x)	Probabilidade P(X)
300	8%	150	9%
325	18%	250	18%
350	55%	350	45%
375	12%	450	20%
410	10%	550	10%

Fonte: Dados fictícios

Incentive os estudantes a estabelecerem critérios comparativos, como por exemplo: a média dos valores esperados, desvio-padrão e coeficiente de variação. Para nortear essa comparação, sugerimos algumas questões:

- Os valores encontrados da média são suficientes para tomar a decisão?
- Em relação aos resultados dos desvios-padrões, o que é possível avaliar sobre o conjunto de dados e a média?
- Comparando os coeficientes de variação, o que é possível avaliar sobre o risco para cada unidade de retorno esperada?

Espera-se que, durante a análise, os jovens percebam que o resultado da média é igual para os investimento 1 e 2 (μ=361), ou seja, o retorno do valor esperado será o mesmo de acordo com a probabilidade observada, portanto a média, nesse caso, não contribuiu para avaliar o risco e tomar uma decisão.

O desvio-padrão do investimento 1 corresponde a σ = 29,35 e do investimento 2 a σ = 106,94, apresentando, nesse caso, valores diferentes. Comparando-os, avalia-se a medida do grau de dispersão dos valores em torno da média de cada um dos investimentos, ou seja, no investimento 1 conjunto de dados está próximo da média e no investimento 2 observa-se um distanciamento da média. O coeficiente de variação referente ao investimento 2 é CV=29,62, maior do que o do investimento 1 CV=8,13, portanto conclui-se, assim, que o investimento 2 apresenta maior risco em relação ao investimento 1, pois quanto menor o coeficiente de variação mais homogêneo é o conjunto estudado, é menor a dispersão entre os dados.

Situação 2: "Cenários probabilísticos para um certo investimento"

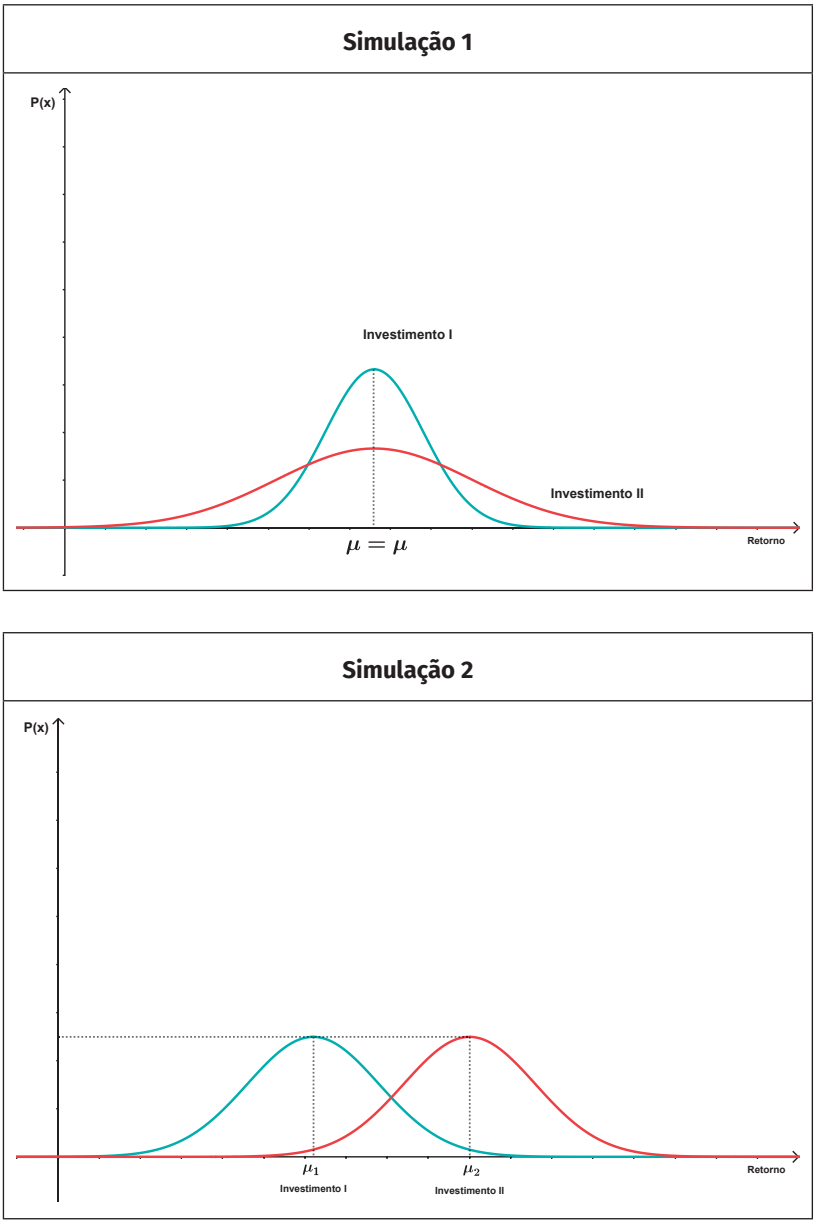
Você terá que decidir se investe ou não, mas para tomar essa decisão terá que avaliar o resultado da probabilidade do retorno ser superior a 17,5% , com base nos dados da tabela a seguir:

Cenário	Probabilidade	Retorno (%)
Otimista	0,20	22
Mais provável	0,50	14
Pessimista	0,30	7

Fonte: Dados Fictícios

Peça aos estudantes que analisem a média, o desvio-padrão e a probabilidade de P(x>17,5%). Para a análise da tomada de decisão, sugerimos algumas questões: O que se pode concluir sobre o retorno médio esperado e o desvio-padrão? Para encontrar a probabilidade de P(x>17,5%) tem-se que analisar a área da curva normal que se refere ao intervalo x>17,5 aplicando o parâmetro Z da tabela normal.

Professor, os estudantes devem interpretar e analisar as representações gráficas de algumas simulações de investimentos em que o conjunto de dados da variável aleatória (x) é representado pela curva normal.

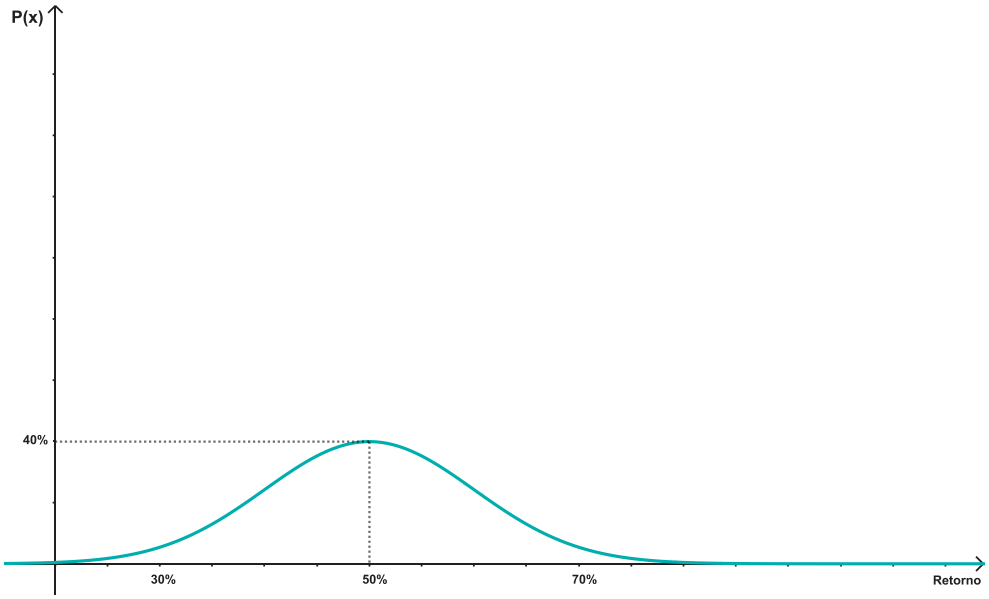


Fonte: Elaborado pelo autor

Professor, para nortear a interpretação e análise das simulações, solicite aos estudantes que retomem dois parâmetros que definem a curva normal de uma variável aleatória: a média e o desvio-padrão. Seguem algumas questões: O que se pode concluir sobre a média e o desvio-padrão dos investimentos? Qual dos investimentos oferece menor risco? Justifique a resposta. Durante a análise, os estudantes observarão que na simulação 1 o valor da média de retorno é igual para ambos os investimentos, mas o mesmo não ocorre para o desvio-padrão, pois a curva que representa o investimento II é "mais achatada" em relação a curva do investimento I. Nesse caso, pode-se concluir que os valores dos desvios-padrão são diferentes, ou seja, os valores de retorno do investimento II

estão distantes da média se comparado com o investimento I, podendo-se concluir que o investimento I oferece menos risco com base na análise dos parâmetros média e desvio-padrão. Na simulação 2, observa-se que os desvios-padrão são iguais, pois as curvas são idênticas com os valores de retornos com a mesma probabilidade P(x), mas a média do retorno do investimento II é maior.

Simulação 3:



Fonte: Elaborado pelo autor

Professor, para interpretar e analisar a simulação 3, proponha aos estudantes que retomem os estudos sobre a distribuição de probabilidade da curva normal, por exemplo, como a curva é simétrica em torno da média cada metade de área abaixo da curva representa 50% de probabilidade. Para nortear a análise, questione: O que podemos afirmar sobre as probabilidades dos retornos de 30%, 50% e 70%? Durante a análise, os estudantes observarão que, no retorno de 30%, a probabilidade é menor com indicativo de menor retorno do investimento e, no retorno de 50%, a probabilidade é de 40% com indicativo de retorno médio e no retorno de 70% baixa probabilidade, mas com indicativo de retorno maior.

Simulação 4: Um determinado investimento tem: 10% de probabilidade de render 22% do que foi investido; 50% de probabilidade de render 15% do que foi investido; e 40% de probabilidade de perder 8% do que foi investido.

Para analisar a simulação 4, os estudantes elaborarão uma tabela a fim de organizarem os dados e estabelecerem parâmetros para analisar o retorno do investimento, como por exemplo o retorno médio do que foi investido, desvio-padrão, coeficiente de variação e esboço gráfico adequado.

Professor, em uma roda de conversa, os estudantes irão expor e socializar suas ideias e os registros feitos em cada uma das simulações. Ao final, eles anotarão os registros reformulados no Diário de Aprendizagem, completando com as ideias dos outros grupos.

SISTEMATIZAÇÃO

Semana 12: 5 aulas

Nas aulas anteriores, os estudantes vivenciaram momentos em que puderam investigar e analisar situações, aplicando conhecimentos matemáticos e estatísticos para avaliar e tomar decisões em "cenários financeiros"

Na sequência, o objetivo é produzir um *Podcast,* em que os jovens criem um conteúdo com informações sobre o que aprenderam até o momento e a relação cotidiana das pessoas com os seus recursos financeiros e na tomada de decisões cada vez mais conscientes, para incluir na revista digital. Combine um tempo para a atividade.

SAIBA MAIS

Criação de Podcast como recurso educacional:
Disponível em: **https://cutt.ly/kI1Ltxz**. Acesso em: 24 jan. 2022.

Como o podcast é um conteúdo de áudio em que pessoas abordam assuntos diversos, esse tipo de mídia pode ter diferentes propostas e formatos.

Os estudantes devem realizar um planejamento sobre o tema que estudaram e o que desejam abordar. Solicite que produzam um texto, selecionando as informações mais relevantes, para que o conteúdo fique alinhado ao tempo de duração escolhido. Saliente a importância de se ter uma linguagem própria, simples e direta de forma respeitosa. Antes da gravação, proponha um ensaio em que leiam em voz alta para que possam perceber em que momento a organização do conteúdo não está clara, tentando evitar vícios de linguagem, jargões e repetição de palavras.

AVALIAÇÃO

Professor, observe se os estudantes interpretaram criticamente situações em cenários financeiros para tomar decisões; interpretaram e compararam situações com base em estudos e/ou pesquisa em fontes confiáveis, informações sobre a contribuição da Matemática na explicação de fenômenos de natureza social ou profissional, identificando os diversos pontos de vista e posicionando-se mediante argumentação, com cuidado de citar as fontes dos recursos utilizados na pesquisa e buscando apresentar conclusões com o uso de diferentes das mídias e se mobilizaram intencionalmente conhecimentos e recursos da Matemática para desenvolver um projeto pessoal ou um empreendimento produtivo, no caso seu projeto de vida. Esse é o momento de refletir e avaliar seu próprio trabalho ao longo das aulas deste componente.

ATIVIDADE 4

INTRODUÇÃO

Semana 13: 5 aulas

Professor, esse é um momento para que os estudantes compreendam o estudo estatístico que tratamos até aqui: um caminho para que observem que a estatística está presente em diferentes áreas e até em algumas profissões, pois ela pode fornecer resultados importantes para tomadas de decisões de empresas e também das políticas públicas.

DE OLHO NA INTEGRAÇÃO

No Componente 3: **Estudos da demografia**, na atividade 1, é sugerido um vídeo que aborda a profissão do demógrafo e sua função, em que é tratada a estatística como fator importante nessa profissão que tem um campo de atuação em expansão. Provavelmente, ao desenvolver essa atividade, os estudantes já devem ter assistido ao vídeo, assim, você poderá retomar pontos do vídeo que trata da contribuição da estatística na formação desse profissional. E, caso não tenham assistido, organize um momento para que possam assistir e tecer comentários sobre o tema.

É importante considerar que a estatística tem como foco a pesquisa, inclusive para estudos da demografia e outras questões sociais, por isso explore as opiniões dos estudantes, verificando se já observaram de que forma os dados numéricos estão presentes nas pesquisas e se perceberam a necessidade de leitura e interpretação de acordo com o contexto. Leve-os a refletir sobre os números apresentados, que indicam não apenas quantidade, mas que carregam muitas informações implícitas, e que, muitas vezes, as pessoas não conseguem interpretar os dados, dificultando a tomada de decisão e/ou argumentação sobre um tema.

Será que já constataram que nos noticiários, em geral, quando são realizadas as leituras de gráficos ou tabelas, raramente há uma intervenção sobre o motivo de se ter obtido aquele resultado? Outro ponto importante é que a interpretação depende dos conhecimentos e das vivências que as pessoas têm sobre o assunto, ou seja, para tomar boas decisões, é preciso ter repertório e conhecimento sobre o assunto, saindo do senso comum e ter condições de argumentar de forma coerente, considerando sua linha de raciocínio.

Proponha que se dividam em grupos para vivenciarem a análise do resultado de uma pesquisa, envolvendo interpretação dos dados numéricos.

Resultado da pesquisa 1:

Após uma pesquisa da última eleição de 2018, foram eleitos 513 deputados, distribuídos conforme gráfico a seguir:



Fonte: **https://cutt.ly/2LJm42x**. Acesso em: 13 jan. 2022.

Solicite que produzam um texto, a partir do que conhecem sobre o assunto, contextualizando este resultado, refletindo sobre questões como: qual leitura vocês fazem do resultado dessa eleição? Que argumentos justificam esse resultado, e fundamentam a interpretação do grupo?

Professor, após a conversa entre os integrantes do grupo, organize um período para que cada grupo realize a leitura da sua produção. Nesse momento, lembre os estudantes de que devem realizar a leitura de acordo com o que foi escrito, pois já é o momento de orientar a escrita do texto no processo de elaboração da revista digital, e exercitar a escuta. Para isso, sugerimos utilizar a técnica "mostre o texto", que consiste em, após a escrita, selecionar uma produção e projetar, ou ler para toda a turma, de forma que todos possam contribuir positivamente na escrita colaborativa, considerando as ideias centrais da produção. Essa é uma técnica que, se feita com frequência, proporciona aos estudantes aprender com o outro. Dessa forma, oriente para essa forma de trabalho, considerando que, no decorrer das atividades, eles vão produzir textos que serão compartilhados e dar continuidade aos registros para a produção da revista digital.

Observe os diferentes argumentos sobre os resultados da eleição, e então sistematize, conversando sobre o quanto é importante termos repertório para interpretação dos dados publicados de uma pesquisa. Anote o que os estudantes trazem que fundamentam seus argumentos, como, por exemplo: a cultura da sociedade em relação à posição social da mulher; historicamente, o interesse da mulher sobre política; as vozes que não são consideradas, entre outras. Enfatize que, para interpretar dois números, muitas questões foram pensadas, desde a do senso comum, que se limita a comparar os números, até as mais complexas, trazendo um contexto histórico social que aponta indícios para esse resultado.

Para análise da segunda pesquisa, pode ser feita em grupos, ou coletivamente.

Resultado da pesquisa 2:

A taxa de analfabetismo no Brasil passou de 6,8%, em 2018, para 6,6%, em 2019.

Nessa pesquisa, os estudantes devem observar que as informações estão em dados percentuais. Observe como vão interpretar esses dados. Registre as opiniões. Provavelmente devem citar que, em relação aos dados percentuais, a taxa é baixa, ou ainda, que a diferença entre os dois dados é pequena. Em geral, é esse o tipo de leitura que a maioria da população faz. Chame a atenção para os dados brutos, então, após a socialização do que entenderam sobre o resultado da pesquisa, leia, ou projete a notícia divulgada sobre os dados de analfabetismo no Brasil: *Analfabetismo cai, mas Brasil ainda tem 11 milhões sem ler e escrever*. Disponível em: **https://cutt.ly/mIbUgeF** [1]. Acesso em: 17 jan. 2022.



Chame a atenção para o que está por trás da pesquisa, por exemplo: Qual o tema da pesquisa? É possível identificar o público-alvo? A pesquisa revela algum problema? Qual? De que forma podemos interpretar esses resultados? Com esses resultados, quais seriam as possíveis ações que deveriam ser realizadas como intervenção para o problema identificado?

Ao considerar 6,8%, aparentemente é um valor razoável, mas quando consideramos a população do país, é revelada uma realidade que requer uma análise mais profunda e ações de intervenção. Discuta com os estudantes quais seriam as causas, para que o país tenha esse quadro.

Para essa conversa, você poderá apresentar outros exemplos, a partir de pesquisas que apresentam dados numéricos, assim, os eles devem observar como elas são apresentadas.

Em geral, os estudantes têm contato com o resultado da pesquisa em forma de notícia publicada em diferentes mídias. Nesse momento, a proposta é a de ampliar esse olhar para o processo da organização da pesquisa, aplicando as ideias de probabilidade e como influencia na forma de divulgação.

Converse com eles a respeito da identificação do público-alvo, uma vez que, na maioria das pesquisas, estamos lidando com amostras, por isso é importante definir o tamanho mínimo da amostra, pois isso depende da confiabilidade em relação à margem de erro da pesquisa.

Ao tratar de amostras, é comum ter foco nas amostras probabilísticas e agora a proposta é a de ampliar para as amostras não probabilísticas.

As amostras não probabilísticas podem ser divididas em: amostragem acidental, amostragem por Julgamento, amostragem Intencional, amostragem por Quotas.

[1] **https://cutt.ly/mIbUgeF**.

Para conhecerem as amostras não probabilísticas, propomos a metodologia da sala de aula invertida, em que os estudantes pesquisam exemplos dos tipos de amostras não probabilísticas. Eles podem organizar grupos para essa pesquisa, a partir de assuntos de relevância social. Após a organização dos temas, agende uma data para a apresentação.

SAIBA MAIS

Amostragem não Probabilística: Adequação de Situações para uso e Limitações de amostras por Conveniência, Julgamento e Quotas.
Disponível em: **https://cutt.ly/KId4CbH**. Acesso em: 13 jan. 2022.

Organize os grupos para apresentarem a pesquisa sobre as amostras não probabilísticas. Eles devem apresentar pelo menos um exemplo, e podem também escolher a forma de apresentação.

Professor, após cada apresentação, você poderá fazer intervenções para formalizar os tipos de amostras, inclusive com outros exemplos, valorizando a apresentação dos grupos.

Com esse primeiro movimento para analisar o resultado de uma pesquisa como uma mobilização, os estudantes, em grupos, serão orientados para realizar uma pesquisa sobre temas que tiveram contato com os outros dois componentes desta Unidade Curricular.

DESENVOLVIMENTO

Semanas 14 e 15: 10 aulas

Com objetivo de aprofundar os conhecimentos matemáticos tendo como foco o estudo de probabilidade a partir de amostras probabilísticas de pesquisas estatísticas, sugerimos consultar os dados públicos coletados pelo Pnad Contínua - Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios, que estão disponíveis nas estatísticas de divulgação anual. (Disponível em: **https://cutt.ly/iUHMuub**. Acesso em: 03 jan. 2022.). Essa publicação trata do módulo temático sobre Tecnologia da Informação e Comunicação – TIC, nos aspectos de acesso à Internet e à televisão, e posse de telefone móvel celular para uso pessoal. A investigação abrangeu o acesso à Internet e à televisão nos domicílios particulares permanentes, e o acesso à Internet e a posse de telefone móvel celular para as pessoas de 10 anos ou mais de idade.

Com os estudantes em duplas, disponibilize uma cópia com o resultado da pesquisa, ou computadores com acesso à internet, combinando um tempo para essa atividade. Estimule-os a produzir um registro sobre o assunto, para que, no momento seguinte, possam compartilhar com todos o que aprenderam.

Professor, a seguir, proponha aos jovens a leitura, interpretação e análise do relatório, solicitando que escolham um trecho da pesquisa e reformulem a apresentação dos dados que consideram um avanço na "Utilização da Internet no domicílio". Anote esses dados em forma de tabela, elaborando um gráfico adequado para representá-los.

Após a finalização da tabela, os grupos formulam questões para explorar o assunto pesquisado. Essas questões podem tratar do espaço amostral: Qual amostra está presente? Qual é a probabilidade de ocorrer um evento? Além de outras questões que considerem interessantes.

Após essa formulação, os grupos trocam as questões, e um responde a do outro. Essa metodologia contribui para que os estudantes explicitem o que aprenderam de maneiras diferentes, produzindo formas de leitura das análises.

Professor, organize uma roda de conversa em que os estudantes expõem e socializam suas ideias e os registros feitos de cada uma das situações sobre o que aprenderam. Ao final, eles devem registrar o que vivenciaram no Diário de Aprendizagem, complementando com as ideias dos outros grupos.

SISTEMATIZAÇÃO

Semana 16: 5 aulas

Professor, a partir dessas discussões, os estudantes devem produzir um texto com dados numéricos e probabilísticos com precisão acerca das constatações de interesse social, e de maneira imparcial. Retome a organização dos jovens em duplas, combine um tempo para essa atividade. Esclareça que um texto de divulgação científica tem como objetivo compartilhar informações, pesquisas e conceitos científicos para um público leigo.

Para a produção escrita desse texto, explique aos estudantes sobre esse gênero textual, destacando alguns elementos que precisam estar presentes.

SAIBA MAIS

O vídeo **O que são textos de divulgação científica**, explora pontos importantes para contribuir na escrita desse tipo de texto.
Disponível em: **https://cutt.ly/GFNtdst**. Acesso em 17 abr. de 2022.

Esse vídeo apresenta de formas simples as etapas da produção de um artigo científico. Disponível em: **https://cutt.ly/yFNtPFt**. Acesso em 17 abr. de 2022.

Ao finalizarem as produções, organize um momento para que os jovens possam revisar e compartilhar suas escritas. Por fim, as notícias devem ser levadas para a revista digital.

AVALIAÇÃO

Mobilize uma autoavaliação, verificando se investigam e analisam situações selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação para sua atuação como escritor e leitor investigativo. Você, professor, poderá utilizar algumas questões norteadoras, como: Quais cuidados você teve para selecionar os dados estatísticos e probabilísticos que serviram como base para a escrita do texto? Como você realizou a seleção do tema que utilizou na escrita, ou seja, quais foram os aspectos determinantes para a escolha do tema? Qual foi a principal dificuldade encontrada para inserir no texto os dados estatísticos? Quais aspectos matemáticos você considerou na sua leitura investigativa?

ATIVIDADE 5

INTRODUÇÃO

Semana 17: 5 aulas

Professor, o objetivo é planejar uma pesquisa estatística amostral em que os estudantes optem por uma pesquisa estatística com amostra probabilística, ou não probabilística, motivados pelas discussões e aprendizagens das situações analisadas até o momento. Organize os estudantes em grupos, combinando um tempo a fim de que os jovens definam um tema, para que, no momento seguinte, avancem para o planejamento da pesquisa estatística. Definido o tema de cada grupo, sugerimos a socialização e criação de um quadro síntese.

Na continuidade, proponha aos estudantes realizarem o registro no quadro dos aspectos a seguir: definição do problema (o que pesquisar, e por que pesquisar?) justificativa (o motivo de interesse nessa informação); público-alvo (quem participará?); tipo de pesquisa (amostral - uma amostra da população estatística é consultada); instrumento adequado para coleta de dados (questionário físico ou eletrônico, votação, entrevistas ou algum outro meio).

Quadro síntese						
	Tema	**Definição do Problema**	**Justificativa**	**Público-alvo**	**Tipo de pesquisa**	**Instrumento para a coleta de dados**
Grupo A						
Grupo B						
Grupo C						

Fonte: Elaborado pelo autor

DE OLHO NA INTEGRAÇÃO

Professor, oriente os grupos para conversar com os professores responsáveis pelos componentes **C2: Determinismo e as surpresas do mundo quânticos e C3: Estudos da demografia**, a respeito dos temas abordados por eles que mais se relacionam com seus interesses, a fim de que recebam orientações sobre viabilidade, relevância e aspectos contrários ou favoráveis ao tema e sugestões de abordagens, na perspectiva de mostrar como a probabilidade influencia nas decisões.

Inicie com uma retomada, para verificar com os grupos qual o público-alvo escolhido para a pesquisa planejada. Solicite que analisem a possibilidade e a viabilidade de realizar uma pesquisa amostral probabilística ou não.

Professor, sob sua mediação, promova uma reflexão sobre população amostral, com problematizações sobre definição da população que representará o público-alvo, como garantir que uma amostra não seja tendenciosa e que possibilite conclusões. Apresentamos essas sugestões de questões norteadoras para inspirar o seu planejamento das reflexões: "Como determinar a parte da população do público-alvo que fará parte da pesquisa?"; "São necessários critérios para determinar as características das pessoas que farão parte dessa amostra?"; "Como determinar a quantidade de pessoas para a amostra?".

Em continuidade, os grupos devem decidir qual será a técnica de seleção de amostra a ser adotada na pesquisa planejada. É normal que tenham dúvidas na definição da melhor técnica, portanto lembre-se de três pontos que os grupos também devem considerar: recursos e tempo disponíveis, e dificuldade em realizar a coleta dos dados. Para essa etapa, peça-lhes incluir a técnica de amostra escolhida no quadro síntese.

SAIBA MAIS

Para o cálculo do tamanho da amostra, sugerimos o artigo: **Cálculo de tamanho de amostras: proporções**.
Disponível em: **https://cutt.ly/gFNySVF**. Acesso em: 17 abr. 2022.

Proponha aos estudantes uma situação em que possam aplicar os conhecimentos sobre o tamanho da amostra, para que, no momento seguinte, utilizem na sua pesquisa, interpretando as variáveis e aplicando os algoritmos da estatística.

Agora é o momento para a criação do instrumento para a coleta de dados de uma pesquisa. Organize os estudantes em grupos, disponibilizando uma cópia com o texto "Instrumentos de coleta de dados em pesquisas educacionais" (Disponível em: **https://cutt.ly/bEdZWaA.** Acesso em: 07 jan. 2022.), ou computadores com acesso à internet. Combine um tempo para essa atividade. Após a leitura, os grupos devem definir qual instrumento utilizarão na busca de informações, e, em seguida, elaborar e criar o instrumento para a coleta de dados. Professor, sugerimos que proporcione um momento, para que cada grupo aplique o instrumento idealizado nos demais estudantes da turma, para verificar se as respostas obtidas e as questões elaboradas são suficientes para obtenção dos dados almejados pela pesquisa.

Professor, os grupos devem elaborar o cronograma para a execução da pesquisa, incluindo o período estimado para realizá-la e apresentar os resultados. Converse com os estudantes sobre algumas condutas éticas a serem respeitadas de forma a garantir os direitos e liberdade dos sujeitos participantes da pesquisa, e explicar que os dados coletados serão confidenciais. Destaque a importância de construir relações interpessoais com base no diálogo e respeito à diversidade, agindo de forma ética e responsável para consigo e para com o outro.

Converse com os estudantes sobre a organização dos dados que podem evidenciar diversos aspectos do assunto ou fenômeno que está sendo estudado, permitindo-lhes tirar importantes conclusões.

Solicite aos grupos que listem os principais aspectos que se deve levar em consideração na organização dos dados coletados. Se os dados brutos, ou seja, os dados coletados sem nenhum tipo de tratamento, forem organizados em uma planilha eletrônica, que possui a vantagem de flexibilidade de inserir novas informações, e comporta uma grande quantidade de dados, isso minimiza os erros que podem ocorrer no processo de organização e tratamento das informações. Vale ressaltar que não existe uma forma única de preparar uma base de dados para análise. Professor, após os estudantes organizarem os dados, sugerimos iniciar a análise estatística dos dados coletados.

A finalidade é a análise estatística, que requer determinar os valores das Medidas de Tendência Central e das Medidas de Dispersão dos dados. Recomendamos o uso de planilhas eletrônicas, que possuem uma série de fórmulas matemáticas que visam a agilizar os cálculos relativos aos dados da pesquisa estatística, como obter a média aritmética, a mediana, a variância, o desvio-padrão, e muitas outras, que auxiliam nas análises das medidas de centralização e dispersão. As planilhas permitem, também, fazer representações gráficas, e a importação da seleção do melhor gráfico para representar cada tipo de conjunto de dados.

A moda e a média aritmética são duas medidas utilizadas para caracterizar a pesquisa de determinado grupo de valores, possibilitando compará-los em populações diferentes. A moda e a mediana podem ser encontradas utilizando as planilhas eletrônicas, a partir de ferramentas de classificação.

Para agilizar os cálculos estatísticos com uma quantidade muito grande de dados, as planilhas eletrônicas possuem funções para cálculos de variância e desvio-padrão que exigem apenas a seleção das células que contém os dados a serem considerados nos cálculos.

Os grupos podem se organizem para realizar a análise estatística da pesquisa. Para orientar a análise dos grupos, exponha questões como: Após calcular as medidas de tendência central, qual delas expressa melhor a tendência dos valores observados? Houve uma discrepância considerável entre eles, ou a ocorrência foi mais uniforme?

Em algumas das variáveis existe a presença de um valor bem maior ou bem menor do que os demais? Em caso afirmativo, nessa variável a média aritmética é a melhor medida para traçar o perfil do conjunto de valores?

Nas variáveis que apresentaram valores bem maiores e bem menores em comparação às medidas calculadas, elencar quais os fatores podem ser relacionados a esses fatos. É possível criar uma hipótese para mudar esse cenário para melhor?

Analise com eles se a distribuição dos dados obtidos em suas pesquisas pode ser considerada normal. No caso de dados com duas ou mais modas ou medidas centrais, média, moda e mediana muito distantes, temos o caso de distribuições não normais, e, nesse caso, vale investigar os motivos que geram essas diferenças na incidência dos dados.

AVALIAÇÃO

Professor, prepare uma devolutiva a partir de suas observações durante o percurso e das etapas do planejamento estudadas até o momento, como forma de sinalizar se os estudantes estão se aproximando das habilidades propostas para esse componente e o que falta para que eles alcancem essas habilidades. Para isso, considere se os estudantes: utilizam e sistematizam informações resultantes de investigações científicas; reconhecem e analisam questões sociais, culturais e problemas sociais, estabelecendo uma integração com os demais componentes curriculares deste aprofundamento e planejam as etapas da pesquisa estatística definidas até a seleção da amostra.

DESENVOLVIMENTO

Semanas 18: 5 aulas

Professor**,** o objetivo da atividade, a seguir, é elaborar os textos a partir dos resultados da pesquisa realizada na atividade anterior, que irá compor a revista digital proposta neste aprofundamento.

Após a realização da análise estatística dos dados da pesquisa os estudantes, devem compilar todos os dados e as informações, para iniciar a organização da notícia. Sugerimos, considerar: a contextualização, a justificativa, o público-alvo, o objetivo, os impactos dos dados do tema escolhido, para escrever sobre os resultados encontrados e fazer uma conclusão.

Essas anotações devem ser inseridas no Diário de Aprendizagem, para orientar e nortear a produção dos artigos nas próximas aulas.

Se possível, recomende que utilizem uma linguagem objetiva, acessível e impessoal, apresentando a realidade dos fatos, evitando julgamento pessoal.

Para a elaboração dos textos, seguem algumas questões para auxiliar na organização da notícia, como:

- Para divulgar o resultado da pesquisa, será necessário a utilização de gráficos e tabelas, ou somente um deles? Quais?
- Dos dados coletados, todos serão inseridos no texto ou somente alguns?

Escolha uma manchete, os recursos gráficos, e inicie a produção do texto.

Proponha a utilização de ferramentas digitais para explorar os diversos recursos, formatos e cores de visualização da revista, pois o visual deve ser atrativo, para que o leitor se detenha na leitura da revista.

Ao finalizarem os textos, os grupos irão trocá-las entre si, para que os demais grupos avaliem a clareza e a forma que foi escolhida para a divulgação. Os grupos podem ter um formulário de avaliação com critérios que podem ser construídos junto com a turma.

Cada grupo recebe sua avaliação e faz os ajustes, se necessários, antes de enviar para a revista digital.

Durante a elaboração do texto, acompanhe as produções textuais, norteando os estudantes quanto ao desenvolvimento do texto, incentivando-os, propondo desafios, e estimulando a participação e a interação entre os integrantes do grupo.

Semana 19: 5 aulas

Nesse momento, os estudantes devem fazer uma curadoria das notícias produzidas durante as atividades, para compor a revista digital.

Professor, como uma forma de sistematizar o desenvolvimento da revista, tenha clareza de algumas etapas, como por exemplo, a definição do tema da revista, ou, ainda, o nome que a revista terá. A definição do tema a ser abordado é de grande valia. Outro aspecto importantíssimo, a ser considerado, é a "aparência" que a revista terá, mesmo que no formato digital, além da diagramação que será utilizada, isto é, suas dimensões no que se refere a inúmeros elementos, tais como: textos, legendas, fotos, ilustrações, número de páginas, capa etc. No decorrer do desenvolvimento das cinco atividades sugeridas, foram solicitados produtos que resultam em subsídios para a elaboração da revista digital numa ação coletiva entre todos os componentes deste Aprofundamento, e, no caso deste componente, foi recomendada a produção de artigos que abordaram diferentes pesquisas realizadas em fontes confiáveis, pesquisa de campo. Na internet, existem alguns recursos para a elaboração de revistas digitais. Fique atento às indicações ofertadas pelos demais componentes deste Aprofundamento, e que possam contribuir tanto para as ações desenvolvidas nesta unidade curricular como para a elaboração do produto final (revista digital).

SAIBA MAIS

Ferramenta de design online fácil para as suas publicações. Disponível em: https://cutt.ly/nUnCtnx. Acesso em: 13 dez. 2021.

Aprenda Indesign em 10 minutos - TUTORIAL PARA INICIANTES. Disponível em: https://cutt.ly/nUnCd95. Acesso em: 13 dez. 2021.

6 DICAS ESSENCIAIS de INDESIGN. Disponível em: https://cutt.ly/hUnCzdK. Acesso em: 13 dez. 2021.

SISTEMATIZAÇÃO

Semana 20: 5 aulas

Organize as próximas aulas para a produção e organização da revista. Para isso, solicite o uso da sala de informática de forma a trabalhar com os grupos de maneira online.

Os estudantes produzirão as sessões da revista sob sua responsabilidade, porém, como é um trabalho coletivo da turma, todos deverão estar alinhados ao que cada grupo irá produzir, assim como suas produções nos demais componentes.

SAIBA MAIS

Algumas plataformas oferecem serviços gratuitos para hospedagem de revista digital, como, por exemplo, *Calameo e Flipsnack*. Essas duas plataformas permitem que sejam inseridos textos em arquivo pdf e imagens (atentar-se àquelas livres de direitos autorais).

O que são os direitos autorais de imagem? Disponível em: https://cutt.ly/iYEeiKz. Acesso em: 08 dez. 2021.

Professor, planeje um momento para apresentação e divulgação da revista para a equipe escolar.

Finalize este componente, retomando as habilidades citadas no início desse documento, pontuando o que foi trabalhado, e resgate as rubricas, promovendo uma análise sobre o processo de aprendizagem dos estudantes, realizando uma autoavaliação com a turma.

AVALIAÇÃO

Professor, saiba que o ato de avaliar é de suma importância para a lógica de acompanhamento do desenvolvimento do ensino e aprendizagem dos estudantes, e que ele deve ocorrer de maneira sistemática, estabelecendo-se como parte de um ciclo constante, não somente como uma parte do processo interno escolar. Os resultados obtidos dentro de cada uma das avaliações produzidas, de acordo com critérios pré-estabelecidos, são fundamentais para a tomada de decisões sobre o que necessita ser retomado, ou que deve amplamente ser aprofundado a partir do desenvolvimento cognitivo dos estudantes, tanto de maneira coletiva, como individual. O ato de coletar indicadores diretamente relacionados ao benefício de determinadas práticas do ensino e aprendizagem demonstra, de maneira sólida, o acompanhamento do estudante quanto à compreensão das competências e habilidades, tanto como dos objetos de conhecimento. A prática, ao longo do desenvolvimento de cada uma das atividades apresentadas, possibilitará a você elaborar novas estratégias necessárias, que permitirão experimentar outras possibilidades sobre o ato de avaliar no que se refere à compreensão de conhecimentos e ao desenvolvimento das habilidades destacadas.

COMPONENTE 2

DETERMINISMO E AS SURPRESAS DO MUNDO QUÂNTICO

INTRODUÇÃO

DURAÇÃO: 40 horas

AULAS SEMANAIS: 02 aulas

QUAIS PROFESSORES PODEM MINISTRAR ESTE COMPONENTE: Física

INFORMAÇÕES GERAIS:

O componente Determinismo e as surpresas do mundo Quântico, pretende inicialmente auxiliar os estudantes a compreender quais eram as visões de mundo, ou os modelos científicos que predominavam anteriormente ao advento da Física Quântica. Para isso, o que são paradigmas científicos, segundo a concepção do físico norte-americano Thomas Kuhn (1922 - 1996), e quais foram as principais anomalias apresentadas pela Física clássica em meados do século XIX serão discutidas. A partir daí, espera-se que a turma possa investigar e analisar de que maneira essas anomalias contribuíram para o desenvolvimento da Física Quântica. Essas discussões introdutórias irão permear as atividades 1 e 2.

Com relação ao desenvolvimento das atividades 3 e 4, os estudantes poderão analisar uma importante propriedade da Física Quântica, chamada de dualidade onda partícula, e a seguir, eles serão convidados a explorar por exemplo o Princípio da Incerteza de Heisenberg; Princípio da superposição de Schrodinger; Gráfico de distribuição de probabilidade associado ao princípio da incerteza etc.

Por fim, a quinta atividade propõe auxiliar os estudantes na criação de uma revista, preferencialmente em formato digital, que contenha uma síntese das principais ideias que foram discutidas por esse e pelos outros componentes, deste aprofundamento. Essa revista poderá ser publicada em um mesmo ambiente digital e disponibilizada, até mesmo para além de toda a comunidade escolar.

Objetos de conhecimento

Mecânica Quântica; Princípio da Incerteza e dualidade onda partícula.

Competências e Habilidades da Formação Geral Básica a serem aprofundadas: Competências 2 e 3.

EM13CNT201	Analisar e discutir modelos, teorias e leis propostos em diferentes épocas e culturas para comparar distintas explicações sobre o surgimento e a evolução da Vida, da Terra e do Universo com as teorias científicas aceitas atualmente.
EM13CNT301	Construir questões, elaborar hipóteses, previsões e estimativas, empregar instrumentos de medição e representar e interpretar modelos explicativos, dados e/ou resultados experimentais para construir, avaliar e justificar conclusões no enfrentamento de situações-problema sob uma perspectiva científica.

Eixos Estruturantes e suas Competências e Habilidades: Investigação Científica, Processos Criativos, Mediação e Intervenção Sociocultural e Empreendedorismo

EMIFCNT01	Investigar e analisar situações-problema e variáveis que interferem na dinâmica de fenômenos da natureza e/ou de processos tecnológicos, considerando dados e informações disponíveis em diferentes mídias, com ou sem o uso de dispositivos e aplicativos digitais.
EMIFCNT05	Selecionar e mobilizar intencionalmente recursos criativos relacionados às Ciências da Natureza para resolver problemas reais do ambiente e da sociedade, explorando e contrapondo diversas fontes de informação.
EMIFCNT08	Selecionar e mobilizar intencionalmente conhecimentos e recursos das Ciências da Natureza para propor ações individuais e/ou coletivas de mediação e intervenção sobre problemas socioculturais e problemas ambientais.
EMIFCNT10	Avaliar como oportunidades, conhecimentos e recursos relacionados às Ciências da Natureza podem ser utilizados na concretização de projetos pessoais ou produtivos, considerando as diversas tecnologias disponíveis e os impactos socioambientais.

Os Eixos estruturantes de cada etapa das atividades são indicados pelos seguintes ícones:

	Investigação Científica		Empreendedorismo
	Processos Criativos		Mediação e Intervenção Sociocultural

ATIVIDADE 1

INTRODUÇÃO

Semana 1: 2 aulas

Professor, a proposta desta atividade consiste em iniciar uma discussão sobre como, durante o século XIX, a Física Quântica foi se estabelecendo com uma Teoria Científica fundamental para compreendermos melhor o comportamento de objetos macroscópicos, assim como, o de moléculas, átomos e partículas sub-atômicas.

Diante dessa perspectiva, é importante que os estudantes tenham uma ideia geral sobre a concepção determinista, que estava diretamente relacionada à Mecânica Newtoniana, anterior ao advento da Mecânica Quântica. Indicamos que os estudantes façam a leitura das três citações descritas a seguir.

Por se tratar de trechos relativamente longos, e que precisam de bastante atenção para serem lidos e interpretados, recomendamos que as citações sejam impressas e distribuídas, individualmente, a todos os estudantes. Caso isso não seja possível, você pode imprimir um número menor de páginas e formar grupos de no máximo quatro pessoas.

1. Uma inteligência que, para um instante dado, conhecesse todas as forças das quais está animada a natureza e a situação respectiva dos seres que a compõem, se de outro modo ela fosse suficientemente vasta para submeter esses dados à análise, abraçaria na mesma fórmula os movimentos dos maiores corpos do universo e aqueles do mais leve átomo: nada seria incerto para ela, e o futuro, tal como o passado, estaria presente a seus olhos.[2]

2. ....existem também as leis da natureza, de modo que, não importa o que ele faça, isso não é feito por sua vontade, e sim por si mesmo, seguindo as leis da natureza. Consequentemente, basta descobrir essas leis da natureza que o homem não terá mais de responder pelos seus atos, e viver, para ele, será extremamente fácil. Evidentemente, todas as ações humanas serão calculadas matematicamente, de acordo com essas leis, numa espécie de tábua de logaritmos, até 108.000, e serão inscritos nos calendários; ou, algo ainda melhor: surgirão algumas publicações bem-intencionadas, do tipo dos atuais dicionários enciclopédicos, em que tudo estará tão bem calculado e indicado, que no mundo não haverá mais nem incidentes nem aventuras.[3]

[2] PATY, Michel. A noção de determinismo na física e seus limites. Scientiae studia, v. 2, p. 465-492, 2004.

[3] DOSTOIÉVSKI, Fiodor. Memórias do subsolo. Todavia, 2022.

3. Quase todos que escreveram sobre os Afetos e a maneira de viver dos homens parecem tratar não de coisas naturais, que seguem leis comuns da natureza, mas de coisas que estão fora da natureza. Parecem, antes, conceber o homem na natureza qual um império num império. Pois creem que o homem mais perturba do que segue a ordem da natureza, que possui potência absoluta sobre suas ações, e que não é determinado por nenhum outro que ele próprio.[4]

Após a leitura, solicite aos estudantes se reunirem em grupos, para fazer uma síntese sobre o que eles encontraram de comum nas três citações. Em seguida, proponha um debate coletivo por meio de uma **roda de conversa**, nesse caso um representante de cada grupo pode explicar com suas palavras a síntese produzida.

Professor, é provável que, em um primeiro momento, os estudantes encontrem uma certa dificuldade para realizar a atividade proposta, por isso sua mediação nesse processo é fundamental. Diante disso, é preciso deixar a turma tranquila com relação à aparente complexidade da proposta. Procure explicar que o objetivo aqui, não é nos aprofundarmos nas ideias desses autores, mas sim procurar compreender quais eram as visões de mundo, ou os modelos que eram adotados pelos cientistas da época, século XIX, para interpretar a realidade.

Dito de uma outra maneira, nessa etapa, pretende-se discutir sobre um importante paradigma científico vigente naquela época, conhecido em geral como "Determinismo Laplaciano". Como o objetivo de apoiar os estudantes na elaboração dos resumos solicitados, assista, previamente à aula, ao vídeo **Determinismo: você é uma marionete do Tempo?** Disponível em: **https://youtu.be/gFUVBB0z_Aw**. Acesso em 4 abr. 2022.

As três citações descritas, anteriormente, remetem a ideia de que a ciência poderia fazer previsões extremamente precisas, sobre o movimento de tudo que existe no universo, uma vez que as leis da natureza seriam imutáveis e completamente previsíveis, bastando apenas conhecer certas condições iniciais, para ser possível fazer previsões de eventos passados ou futuros.

Se levarmos essa concepção às últimas consequências, poderíamos dizer que até mesmo as nossas emoções ou sentimentos, seriam regidos pelas mesmas leis que governam o movimento de átomos e moléculas. Isso fica muito claro, principalmente na 3ª citação, na qual *Spinoza* questiona o isolamento dos seres humanos no reino natural, incluindo-os em um reino próprio dentro deste, "um império num império", alheio às contingências da natureza.

Com relação ao conceito de paradigma que adotamos para este material, ele baseia-se nas ideias do físico norte-americano Thomas Kuhn (1922 - 1996). Para saber mais sobre isso, sugerimos o vídeo: **Thomas Kuhn - A estrutura das revoluções científicas UEL 2021**. Disponível em: **https://youtu.be/Dp6URKiqP-w**. Acesso em 4 abr. 2022.

[4] SPINOZA, Baruch. ETICA: spinoza. LeBooks Editora, 2019.

Feita as considerações anteriores, sugerimos que exiba aos estudantes o vídeo indicado anteriormente: Determinismo: você é uma marionete do Tempo? Assim é possível ter uma melhor discussão sobre o assunto em questão.

Professor, é importante deixar claro aos estudantes que muitas das questões discutidas até aqui serão retomadas e aprofundadas durante as atividades 3 e 4, em que eles poderão compreender melhor como o surgimento da Mecânica Quântica acaba rompendo com as ideias do Determinismo.

Para sistematizar essas aprendizagens, inspirado pela **rotina de pensamento** chamada **Manchete**, solicite aos estudantes que elaborem o título de uma notícia de jornal, sobre o aspecto principal do que foi discutido coletivamente. Indicamos que esses registros sejam entregues para, posteriormente, serem retomados na atividade 3.

SAIBA MAIS

Professor, para saber um pouco mais sobre a rotina de pensamento chamado Manchete, indica-se a leitura, a seguir.
Disponível em: **https://cutt.ly/tHNsbId**. Acesso em: 24 abr. 2022.

DESENVOLVIMENTO

Semanas 2 e 3: 4 aulas

Professor, agora que os estudantes tiveram o primeiro contato com algumas ideias presentes em um marcante paradigma do século XIX (Determinismo Laplaciano), chegou o momento de discutirmos sobre o surgimento de certas anomalias (problemas que violam determinada Teoria Científica) da Física Clássica. A anomalia que será discutida refere-se ao estudo da **radiação de corpo negro**, pois, como sabemos, esse foi um dos problemas que contribuiu de forma significativa para o surgimento da **Mecânica Quântica.**

Pretende-se que esse debate possa auxiliar os estudantes a compreender como a Mecânica quântica foi se estabelecendo como a teoria Física predominante no final do século XIX e início do século XX.

Para isso, inspirados na metodologia ativa da **sala de aula invertida**, descrevemos, a seguir, duas sugestões, que você pode propor aos estudantes, realizarem em suas casas, a fim de potencializar as aprendizagens.

1. Solicitar uma rápida pesquisa sobre o modelo teórico de um **corpo negro** e sua contextualização histórica.

2. Convidar os estudantes a ambientar-se com a simulação interativa chamada **Espectro de Corpo Negro**; disponível em: **https://cutt.ly/8FWVkKS**. Acesso em: 11 abr. 2022. Nesse momento a ideia é realmente de familiarização com a simulação, uma vez que eles terão a oportunidade de, posteriormente, explorá-la com maiores detalhes.

A seguir, reúna a turma para um debate coletivo com a finalidade de conversar sobre as duas sugestões apresentadas anteriormente. Você pode começar perguntando sobre qual foi a motivação mais relevante que levou alguns cientistas do século XIX a estudar sobre a radiação de corpo negro. Em seguida, proponha-lhes que expliquem quais são as características principais desse modelo teórico ou objeto hipotético, chamado de corpo negro. É provável que, em algum momento, você precise esclarecer que não necessariamente tal objeto é escuro, uma vez que algumas vezes objetos que emitem luz própria, como por exemplo as estrelas, podem ser considerados de forma aproximada, como corpo negro.

É possível, mesmo com esse debate, que ainda tenha ficado alguma dúvida sobre o que é um corpo negro, pois afinal estamos falando de um modelo teórico e idealizado. Por esse motivo, procure analisar junto com a turma um simulador virtual sobre o modelo de um corpo negro. Disponível em: **https://cutt.ly/4FNd8m1**. Acesso em 17 abr. 2022.

Ao iniciar, procure deixar bem claro à turma que a simulação que está sendo apresentada, trata-se de algo meramente ilustrativo, idealizado, com o objetivo apenas de auxiliar a compreender as propriedades de um corpo negro. Dito isso, você pode iniciar a discussão descrevendo o simulador em questão: um objeto oco, com uma pequena abertura conectada à sua parte externa, onde é incidido uma certa quantidade de radiação que é refletida diversas vezes nas paredes internas do objeto até ser totalmente absorvida.

Peça à sala observar que nenhuma radiação, que incidiu na pequena abertura, conseguiu sair. Dessa forma, essa abertura pode ser considerada um corpo negro. Assim, pode-se dizer que um corpo negro é um objeto que absorve toda radiação que incide sobre ele, não refletindo radiação alguma, contudo, à medida que a parede interna desse objeto oco absorve radiação, ela aquece, isto é, emite radiação térmica. Além disso, podemos aquecer tal objeto fazendo com que mais radiação térmica seja emitida. Dessa maneira, toda radiação emitida por um corpo negro (nesse caso aquela pequena abertura) ocorre unicamente porque de alguma maneira, aquele corpo está aquecido, ou seja, se encontra a uma temperatura maior que a do ambiente.

Após essa conversa, leve os estudantes à sala de informática a fim de investigar a simulação virtual proposta. Pretende-se com isso, discutir sobre a **Lei de deslocamento de Wien**, que foi um dos dados experimentais, anterior ao trabalho de Planck, que os cientistas daquela época (século XIX) tinham à disposição.

Como foi previamente proposto aos estudantes, acessar esse experimento virtual, em suas casas, espera-se que eles estejam familiarizados com a interface do programa. Sendo assim, solicite a turma que acessem o simulador do Espectro de Corpo Negro.

A presente simulação, exibe um gráfico de densidade de potência espectral, ou simplesmente radiância espectral, por comprimento de onda, da radiação emitida por um corpo negro arbitrário. No canto direito da tela, encontra-se a imagem de um termômetro, que funciona como uma espécie de controle de temperatura. Do lado esquerdo do termômetro existe um box com algumas "funções" que podemos utilizar para extrair mais informações do gráfico.

Peça aos estudantes (divididos em grupos), ativar a função (valores), assim será mostrado o ponto máximo da curva e os valores do seu respectivo par ordenado, informação fundamental para analisarmos a **Lei de deslocamento de Wien**. Solicite também, que ativem a função (identificar) para que se possa visualizar as três faixas do espectro eletromagnético (Ultravioleta, Visível e Infravermelho).

Após esses procedimentos iniciais, recomende aos grupos que gradativamente variem a temperatura do corpo negro, de forma aleatória, registrando o que eles observaram com o comportamento da curva.

Espera-se que a turma possa verificar que à medida que aumentamos a temperatura do corpo negro, a curva se desloca para a esquerda, diminuindo o comprimento de onda da radiação emitida e aumentando a densidade de potência espectral. Por outro lado, quando diminuímos a temperatura, ocorre o processo inverso. Com isso, é provável que os estudantes desconfiem que deve existir alguma relação matemática envolvendo essas variáveis. Assim, você pode aproveitar a oportunidade para apresentar a Lei de deslocamento de Wien, que pode ser descrita matematicamente pela seguinte expressão: $\boldsymbol{\lambda máx.T = b}$, onde $\boldsymbol{\lambda máx}$ representa o comprimento de onda máximo da radiação emitida por um corpo negro; $\boldsymbol{T}$ representa a sua temperatura absoluta (Kelvin) e $\boldsymbol{b}$ uma constante que ficou conhecida como constante de Wien, cujo o seu valor é de aproximadamente $\mathbf{2{,}8978}\ 10^{-3}\ \mathbf{m.k.}$

Professor, como sabemos, por meio da expressão $\boldsymbol{\lambda máx.T = b}$, é possível estimar a temperatura superficial de uma estrela, como o Sol por exemplo. Nesse sentido, ainda que os valores de temperatura sejam exibidos pelo simulador, é interessante que os estudantes encontrem alguns desses valores, através da Lei de deslocamento de Wien. A título de exemplo, você pode solicitar à turma que ajuste a temperatura para 5800K. Com essa temperatura, podemos observar que o comprimento de onda máximo $\boldsymbol{(\lambda máx)}$ da radiação emitida pelo corpo negro é de 5.10^{-7}m. Assim temos:

$$\boldsymbol{\lambda máx.T = b} \rightarrow 5.\ 10^{-7}\ \mathbf{m}\ \boldsymbol{T} = \mathbf{2{,}8978}\ 10^{-3}\ \mathbf{m.k} \rightarrow \boldsymbol{T} = \frac{2{,}8978\ 10^{-3} m.K}{5.10^{-7} m}$$

$\boldsymbol{T} \cong \mathbf{5800K.}$ Valor que corresponde ao esperado.

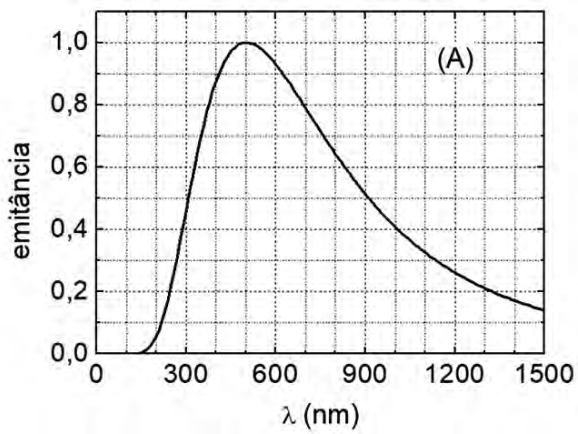
Professor, é provável que alguns de seus estudantes tenham como projeto de vida, fazer uma graduação em matemática ou algum curso na área de exatas ou ainda em Ciências da Natureza. Diante desse cenário, é fundamental que, por meio desse aprofundamento, eles tenham a oportunidade de se preparem para os exames vestibulares. Por isso, acreditamos que é muito bem vindo, existir momentos para resolução de exercícios com essa intencionalidade. Sendo assim, apenas como exemplo, indicamos uma questão da segunda fase do vestibular da UNICAMP do ano de 2019.

Observação: Transcrevemos aqui, apenas o **item a,** da presente questão, por se tratar especificamente sobre o estudo da radiação de corpo negro. Contudo, no link a seguir, você irá encontrar o exercício completo. Fique à vontade para discutir toda a questão com seus estudantes.

Questão disponível em: **https://cutt.ly/WFNoPNd**. Acesso em: 17 abr. 2022.

Questão 12 - Segunda Fase Unicamp - 2019

Todos os corpos emitem radiação, e quanto maior a temperatura do corpo, maior a potência por ele radiada. Idealmente, os corpos que têm a capacidade de absorver toda a radiação que recebem são também os melhores emissores de radiação. Esses corpos são chamados de corpos negros e apresentam espectros de emissão de radiação que dependem somente de suas temperaturas. Além disso, o comprimento de onda de máxima radiação relaciona-se com a temperatura do corpo da seguinte forma: $\lambda máx = \frac{b}{T}$, sendo b = $3x10^{-3}$mxK. O Sol tem um espectro de emissão similar ao espectro do corpo negro mostrado na figura A. Os valores de emitância estão divididos pelo valor máximo; já a escala de comprimentos de onda está em nanômetros (1,0 nm = $1,0x10^{-9}$m). Quanto vale a temperatura do corpo negro?



Para apoiar a discussão dessa questão, você pode assistir ao vídeo: **UNICAMP 2019 segunda fase Questão 12**. Disponível em: **https://youtu.be/FkB6bfBxEQg**. Acesso em: 17 abr. 2022.

SISTEMATIZAÇÃO

Semana 4: 2 aulas

Depois que os estudantes puderam investigar o simulador do Espectro de Corpo Negro e a Lei de Deslocamento de Wien, você pode apresentar a eles a **Lei de Stefan-Boltzmann** que é uma outra Lei experimental, anterior a de Planck, que os cientistas daquele período também já tinham conhecimento. É muito importante conhecer os resultados experimentais sobre o estudo de corpo negro, que vieram antes da Lei de Planck, para que a turma perceba que a construção do conhecimento é um processo coletivo.

Professor, para recordar sobre a **Lei de Stefan-Boltzmann**, assista ao vídeo: **Radiação do Corpo Negro** - parte 1. Disponível em: **https://youtu.be/NwkKzgcUQR0**. Acesso em: 17 abr. 2022.

Para sistematizar esta atividade, os estudantes terão a oportunidade de conhecer a proposta de Max Planck (1858 – 1947) que corrigiu as imprecisões dos modelos propostos pela teoria clássica do eletromagnetismo e assim conseguiu descrever corretamente a emissão espectral de energia de um corpo negro. Em vista disso, sugerimos dois vídeos que discutem esse assunto.

Vídeo 1**: Planck, a Física Quântica e a Catástrofe do Ultravioleta**. Disponível em: **https://youtu.be/9B0lPNJF9pg**. Acesso em: 17 abr. 2022.

Vídeo 2**: A Catástrofe Ultravioleta**. Disponível em: **https://youtu.be/LKoqBFot_H4**. Acesso em: 17 abr. 2022.

Professor, caso não seja possível exibir os vídeos em aula, sugerimos a leitura das páginas: 1 a 10, do material a seguir. Disponível em: **https://cutt.ly/wFNeS4o**. Acesso em: 17 abr. 2022.

Após a exibição dos vídeos, reúna a turma para discutir sobre o tema proposto e procure esclarecer eventuais dúvidas que surgiram até aqui. Aproveite o momento para destacar que a investigação que fizemos sobre radiação de corpo negro, teve como ideia central compreender como esse estudo representou uma anomalia para a física clássica, contribuindo assim, com o advento da Mecânica Quântica.

AVALIAÇÃO

Professor, entendemos que o processo avaliativo deve ser considerado ao longo de toda essa atividade. Sendo assim, é importante registrar todos os momentos que você percebeu algum avanço na aprendizagem dos estudantes. Além disso, a participação, o engajamento, e outros pontos que considerar relevantes podem ser considerados como momentos avaliativos. Dessa forma, é possível redefinir a trajetória e promover a recuperação contínua. Nesta perspectiva, e para estimular o protagonismo dos estudantes, sugerimos o uso de rubricas. Para potencializar esse tipo de avaliação, seus critérios podem ser construídos com a participação de todos, isso poderá ajudar os estudantes a ganhar mais responsabilidade sobre a sua aprendizagem.
As únicas ressalvas que fazemos é que esses critérios precisam estar alinhados com o objetivo da presente atividade proposta.

ATIVIDADE 2

INTRODUÇÃO

Semana 5: 2 aulas

Professor, a proposta dessa atividade consiste em discutir com os estudantes, sobre como a investigação experimental do **efeito fotoelétrico** acabou revelando algumas anomalias da Física Clássica. Para fazer isso, recomendamos que essa atividade seja orientada pela metodologia ativa chamada **Peer Instruction (Instrução por Pares).**

O Peer Instruction ou Instrução por Pares é uma metodologia que busca fortalecer a autonomia dos estudantes e potencializar as suas aprendizagens, uma vez que incentiva a reflexão e promove o trabalho em equipe. Pensando nisso, apresentamos, a seguir, as suas principais ideias, que, normalmente, são divididas em novas etapas.

1ª Apresentação → 2ª Indagação → 3ª Reflexão individual → 4ª Votação individual → 5ª Discussão → 6ª → Nova votação → 7ª Divulgação → 8ª Explicação → 9ª Fechamento.

Para dar início , de acordo com a **1ª etapa (Apresentação)** proposta por essa metodologia, recomenda-se uma apresentação e exposição teórica a respeito do tema a ser estudado.

Pensando na **2ª etapa (Indagação),** a ideia é apresentar para os estudantes uma questão individual de múltipla escolha com relação a abordagem inicial.

Para a **3ª etapa (Reflexão individual),** cada estudante vai ter um período de tempo, que pode variar de acordo com o ritmo de aprendizagem de cada turma e a dificuldade da questão apresentada (indica-se por volta de 5 a 8 minutos). Nesse momento, os estudantes terão um tempo para pensar na questão proposta e se posicionar em função dos itens a serem escolhidos.

Já na **4ª etapa (Votação individual)**, os estudantes registram as suas respostas individualmente e apresentam ao professor por meio de um sistema de votação, que pode variar desde a forma tradicional de levantamento de mãos até o uso de aplicativos ou softwares de captação da opinião da audiência. Tudo vai depender de como o professor entender sobre o que é mais conveniente para a sua turma e dos recursos disponíveis. O importante é que exista um sistema de votação e também uma forma de identificar os estudantes.

Na sequência, a ideia é que o professor tome alguma decisão baseada na resposta dos estudantes. Sugere-se que, se **menos 30%** da turma marcarem a resposta correta, é necessário voltar a apresentação inicial **(voltar para a 1ª etapa)**, porém de uma maneira diferente daquela feita anteriormente. Diante disso, é preciso submeter novamente a mesma pergunta a um sistema de votação.

Contudo, se a quantidade de acerto **for acima de 70%** o professor pode explicar a resolução da questão para a sala **(passando assim diretamente para a 8ª etapa)**, procurando tirar as dúvidas daqueles que ainda não conseguiram entender. Após esse processo, pode-se passar para uma nova questão, seja ela referente ao mesmo tema, seja ao próximo tópico a ser abordado **(9ª etapa)**.

Professor, a parte diferenciada dessa metodologia acontece quando o **número de acertos** da questão proposta estiver **entre 30% e 70%**, pois nesse momento acontece a instrução por pares. Peça aos estudantes se reunirem em grupos (de 2 a 5 integrantes), sendo que cada um desses grupos tenha pelo menos um estudante que tenha acertado a questão. Além disso, é fundamental não mencionar quem foram os estudantes que marcaram a alternativa correta.

Em seguida, na **5ª etapa (Discussão)** propõe-se deixar um tempo (de 5 a 8 minutos), para que os estudantes discutam a mesma questão, pois é nesse período que irão trocar experiências de tal forma que a tendência é o estudante que acertou a questão, possa compartilhar a sua aprendizagem com os seus colegas de grupo.

Após essa discussão, na **6ª etapa (Nova votação)** o professor convida os estudantes a uma nova votação sobre a mesma questão. Espera-se que o percentual de acertos ultrapasse os 70%. Todavia, mesmo que esse valor não seja alcançado, provavelmente o professor vai perceber um avanço na aprendizagem. Sendo assim, o próximo passo é divulgar a resposta correta **7ª etapa (Divulgação).**

Na sequência, o professor explica a resolução da questão para a sala **8ª etapa (Explicação)**. Por fim, você pode passar para uma nova questão, seja ela referente ao mesmo tópico, seja ao próximo que será discutido **9ª etapa (Fechamento)**.

Professor, baseado nessa metodologia, seguem sugestões de como você poderia promover uma investigação sobre o efeito fotoelétrico. Inicie a aula, analisando a simulação interativa a seguir. Disponível em: **https://cutt.ly/dF0irlt**. Acesso em 18 abr. 2022.

Ao acessar o simulador, procure descrever o funcionamento básico do experimento interativo que está sendo exibido na tela. Esse dispositivo nada mais é do que um circuito elétrico simples, que é composto por um gerador cujos polos estão conectado, através de fios, a duas placas metálicas que representam o catodo e o anodo desse circuito. Essas placas, por sua vez, se encontram separadas por uma certa distância, mas dentro de um mesmo tubo de vidro, preenchido por um gás rarefeito. Uma fonte externa de luz irá emitir ondas eletromagnéticas de diversas frequências fazendo com que em algum momento, elétrons sejam ejetados do catodo e conduzidos até o anodo. Isso irá fazer surgir no circuito, uma corrente elétrica que será identificada através do amperímetro.

Feitas essas considerações, regule a fonte de ondas eletromagnéticas, para emitir luz de cor vermelha e gradativamente aumente a sua intensidade até chegar nos 100%. Observe que, nessa situação, não há emissão de fotoelétrons e, por consequência, o amperímetro não irá registrar a presença de corrente elétrica no circuito. A seguir, regule o cursor de intensidade para 50% e

ajuste o comprimento de onda da radiação, para emitir luz da cor alaranjada, procurando variar a intensidade de luz incidente (aumentando e diminuindo esses valores). Apesar disso, o amperímetro continua sem detectar corrente elétrica.

Na sequência, mude a intensidade da radiação para 30% e ajuste o comprimento de onda para 450 nm (o que corresponde a cor azul). Repare que, agora, o amperímetro instantaneamente passa a registrar um pequeno valor de corrente elétrica, devido a emissão de fotoelétrons. Se aumentarmos a frequência dessa radiação, o que corresponde a comprimentos de onda menores que 450 nm, todas as outras cores deverão ejetar fotoelétrons do cátodo, até mesmo para valores muito pequenos de intensidade luminosa.

Por meio dessas demonstrações, notamos que o amperímetro não registra a presença de corrente para radiações com baixas frequências, normalmente menor que a frequência da luz azul. Isso indica que de alguma maneira, a energia que essas ondas eletromagnéticas de baixas frequências transportam, não devem ser suficientes para arrancar os fotoelétrons.

DESENVOLVIMENTO

Semanas 6 e 7: 4 aulas

Professor, após essa investigação sobre o comportamento desses fotoelétrons, mediante a emissão de radiação em diferentes intensidades e frequências (cores), você pode elaborar algumas questões de múltipla escolha para discutir o que foi explorado até o momento, e assim percorrer as outras etapas da metodologia em que estamos nos apoiando.

A ideia, agora, é discutir de que maneira o experimento proposto divergiu da teoria clássica do eletromagnetismo, ou seja, quais são as anomalias apresentadas pelo efeito elétrico. Para que você possa mediar a nova rodada do Peer Instruction, indicamos alguns vídeos que podem apoiar esse debate.

Vídeo 1 - **Efeito Fotoelétrico: Experiência de Philipp Lenard**.
Disponível em: **https://youtu.be/VCHCOdaXU4k**. Acesso em: 18 abr. 2022.

Vídeo 2 - **Efeito Fotoelétrico: Função Trabalho**.
Disponível em: **https://youtu.be/n-jOh0Qr2tQ**. Acesso em: 18 abr. 2022.

Vídeo 3 - **Efeito fotoelétrico: Postulado de Einstein.**
Disponível em: **https://youtu.be/gYTUfq5_z7M**. Acesso em: 18 abr. 2022.

Após essa etapa, apenas a título de exemplificação, colocamos algumas questões que podem ser utilizadas para esse estudo.

1. Um estudante ao realizar alguns testes com uma célula fotoelétrica, notou que para determinada frequência de radiação, o amperímetro havia registrado um pequeno valor de corrente elétrica naquele circuito. Caso esse estudante, aumente a intensidade de luz que incide sobre a placa, deverá exclusivamente ocorrer um aumento da.

   a) da energia cinética dos fotoelétrons emitidos pela placa.
   b) da energia potencial dos fotoelétrons.
   c) da intensidade de corrente elétrica do circuito
   d) da função trabalho do metal.

2. Um professor de Física, ao realizar uma experiência com uma célula fotoelétrica que utilizava placas de potássio para o seu funcionamento, percebeu que para uma certa cor da luz (frequência) incidente, independente da sua intensidade, não existia corrente no circuito. Na tentativa de fazer com que essa placa emita fotoelétrons, alguns estudantes fizeram algumas as seguintes sugestões.

   I) aumentar o comprimento de onda radiação incidente.
   II) aumentar a frequência da radiação incidente.
   III) substituir as placas de potássio, por outras com menor função trabalho.

   Das sugestões propostas, qual(quais) dela(s) podem fazer com que os fotoelétrons sejam emitidos;

   a) apenas a I
   b) apenas a II
   c) apenas a III
   d) apenas II e III

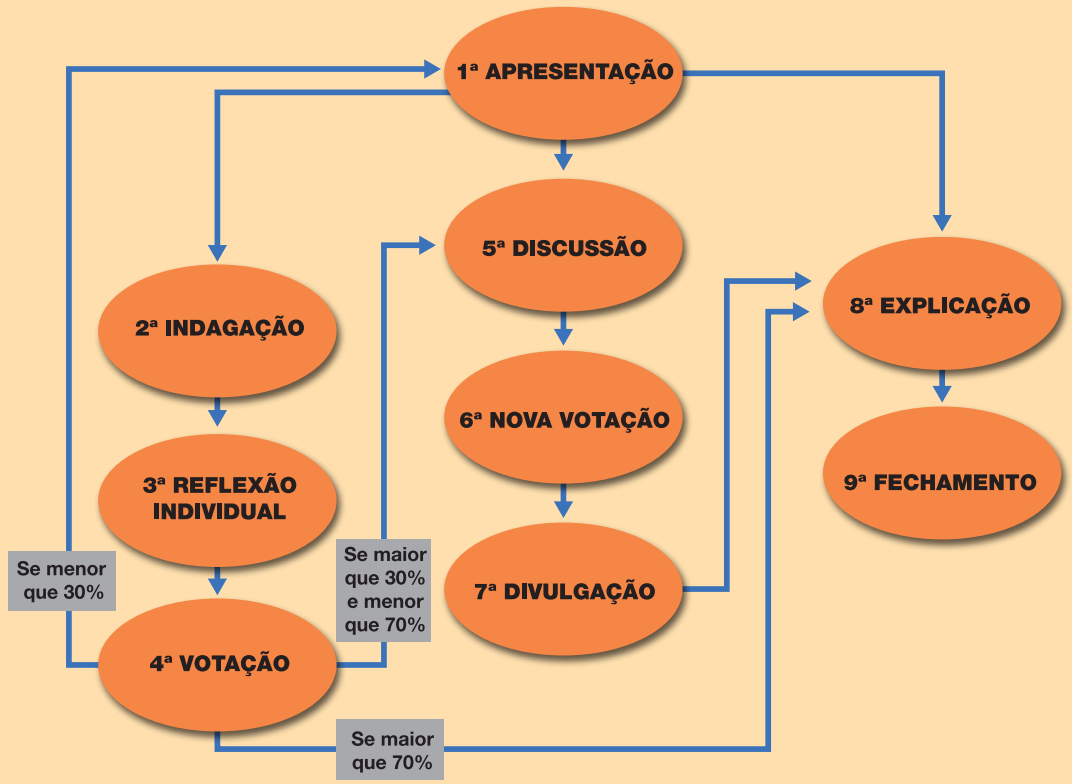
Observação, as respostas corretas estão destacadas em negrito.

SAIBA MAIS

Peer Instruction
No livro, *A Revolução da Aprendizagem Ativa*, o cientista e pesquisador Erick Mazur explica em detalhes o Peer Instruction, um método simples, objetivo e eficaz de ensinar ciência.

Professor para realizar a votação indica-se o “Plickers: uma ferramenta feita para professores que amam ensinar sem enrolar”.
Disponível em: **https://cutt.ly/aTvI6zw**. Acesso em: 16 nov. 2021.

Professor, segue um fluxograma referente às etapas que apresentamos do Peer instruction.



Fonte: Elaborado para o material

SISTEMATIZAÇÃO

Semana 8: 2 aulas

Professor, para complementar o estudo das anomalias da física clássica, que contribuíram para o surgimento da mecânica quântica, você pode, orientado pela mesma metodologia ativa, discutir sobre o espectro de emissão ou absorção de gases monoatômicos, que foi um resultado que evidenciou, de forma muito alarmante, que a teoria científica predominante naquele período, não conseguia explicar o fato de que determinados espectros de gases monoatômicos, apresentavam-se de forma discreta em faixas de comprimento de onda bem específicas. Além disso, outra anomalia importante a ser observada, é a do modelo planetário do átomo de Rutherford, que claramente apresenta problemas com relação a "perda" de energia do elétron, devido ao seu movimento acelerado.

AVALIAÇÃO

A avaliação proposta, para esse momento, pode ser inserida na própria metodologia que se baseou essa atividade (Peer Instruction). Pensando nisso, acreditamos que a avaliação diagnóstica e formativa são os dois tipos que mais dialogam com o que foi desenvolvido nesta etapa.

A avaliação diagnóstica serve para encontrar e descobrir aquilo que o estudante não sabe e aquilo que ele precisa aprender. É com base nesse diagnóstico que elaboramos o plano de trabalho, estabelecendo objetivos de acordo com as necessidades de aprendizagem do estudante. Nesse sentido, sugere-se que as primeiras questões da relatividade restrita, sejam mais simples.

Como relação à avaliação formativa, pode-se dizer que ela está associada ao desenvolvimento de atividades nas quais estaremos avaliando os estudantes dentro de um percurso, de um aprendizado que se ensina ao mesmo tempo que se avalia. Todos os momentos de indagação, reflexão, debate, votação, nova votação, são considerados como etapas do processo avaliativo.

ATIVIDADE 3

INTRODUÇÃO

Semana 9: 2 aulas

Professor, na atividade anterior, os estudantes compreenderam como o efeito fotoelétrico pode trazer a concepção sobre o comportamento da luz como partícula, logo, para iniciar esta atividade, os estudantes podem consultar algumas anomalias pesquisadas no momento anterior. É importante que seja retomado a complexidade sobre a natureza da luz. Inicie a atividade 3 apresentando o vídeo sobre a dualidade da luz (Disponível em: **https://youtu.be/CgY_zBuK2Cw**. Acesso em: 19 abr. 2022.). Em seguida, os estudantes, em grupos com até 4 integrantes, irão responder às questões relacionadas com as pesquisas e experimentos que demonstraram a dualidade da luz. Exemplos de questões:

1. Cite qual cientista desenvolveu um experimento que conseguiu compreender se a luz era uma onda ou partícula por volta de 1800. Descreva o experimento elaborado pelo pesquisador.

2. Como o efeito elétrico trouxe contribuições para o debate da dualidade onda- partícula da luz?

3. Qual a contribuição do cientista De Broglie para o debate do comportamento da luz?

Estes são alguns exemplos de como a mobilização inicial pode ser realizada com a apresentação do vídeo. Professor, após essas questões, os grupos podem socializar suas respostas e sua mediação no resgate dos conceitos abordados nas atividades anteriores, possibilitará o desenvolvimento da atividade na próxima etapa.

SAIBA MAIS

Professor, aqui está mais um vídeo que pode contribuir com a mobilização inicial sobre a Dualidade da Luz.

Vídeo 1: De Broglie e a Dualidade - Onda ou Partícula?.
Disponível em: **https://youtu.be/ccALWpzDIng**. Acesso em: 19 abr. 2022.

Vídeo 2: O que é a Luz: Onda ou Partícula?.
Disponível em: **https://youtu.be/oSUHXeiaQ98**. Acesso em: 19 abr. 2022.

DESENVOLVIMENTO

Semanas 10 e 11: 4 aulas

Professor, a historiografia da ciência pode ser uma ferramenta de investigação e análise de momentos históricos e sociais em sala de aula. Para tanto indica-se a leitura do artigo "Concepções de Dualidade Onda-Partícula: Uma proposta didática construída a partir de trechos de fontes primárias da Teoria Quântica". Disponível em: **https://cutt.ly/SF9j1ib**. Acesso em: 19 abr. 2022. Após a leitura, selecione os trechos que o artigo se refere, e distribua em 5 grupos de até 4 estudantes. A ideia é que elaborem um artigo de opinião sobre a questão da dualidade onda-partícula referindo-se a cada cientista. As questões apresentadas no artigo podem servir de mobilização, para que os grupos possam pesquisar e desenvolver mais suas compreensões relacionadas aos trechos específicos. Sendo assim, um ponto de atenção para trabalhar dessa maneira consiste em criar normas e critérios muito bem definidos, para que todos possam compreender como será desenvolvida a atividade.

Outro aspecto interessante está diretamente relacionado com à própria forma de distribuir os estudantes pelos grupos. Existem várias maneiras de fazer essa organização, desde uma distribuição aleatória, até uma organização pautada no rendimento apresentado pelos estudantes.

Todavia, sugere-se que, independentemente da escolha, esta seja feita pelo professor, e que contemple a formação de grupos heterogêneos, que leve em consideração outros critérios, além do rendimento escolar.

Por fim, para tirar o máximo proveito dessa prática pedagógica, é necessário delegar diferentes papéis para os componentes dos grupos. Sendo assim, a seguir, apresentaremos alguns desses papéis, pensando em grupos formados por 5 integrantes

- **Repórter**: responsável por trazer, registrar e expor as ideias do grupo.
- **Facilitador**: responsável pela distribuição e leitura da atividade, procurando, também, certificar-se todos estão entendendo o que foi solicitado.
- **Controlador do tempo**: faz a gestão do tempo durante todo o desenvolvimento da atividade.
- **Monitor de recursos**: tem a função de disponibilizar para os grupos materiais necessários para a realização da atividade. Esse integrante também é o responsável por chamar o professor, caso exista alguma dúvida que o grupo, como um todo, não conseguiu esclarecer.
- **Harmonizador**: busca garantir que todos possam ser ouvidos e age também como mediador de conflitos.

SISTEMATIZAÇÃO

Semana 12: 2 aulas

Professor, para que os estudantes possam ter um parâmetro para avaliarem o desenvolvimento do artigo de opinião, segue exemplo de uma grade de avaliação que pode ser utilizada para apoiar a elaboração do artigo.

O título dá uma indicação clara do assunto tratado?			
A introdução apresenta o tema pesquisado?			
O texto apresenta os procedimentos utilizados na pesquisa?			
O texto apresenta os resultados alcançados?			
O texto apresenta conclusão?			
A linguagem utilizada é objetiva?			
A linguagem é adequada ao público-alvo?			
A linguagem é adequada ao suporte (jornal impresso, jornal digital, mural, *blog* etc.) escolhido para publicação?			
Os verbos estão no passado?			
Há adequação ortográfica?			

Por fim, sugere-se aos estudantes que realizem a apresentação dos artigos de opinião. A apresentação pode ser diversificada, utilizando recursos focados em desenvolver a oralidade, como apresentação oral expositiva, vídeos, ou, até mesmo, podcast, dando a eles a oportunidade de aplicar seus talentos e desenvolver habilidades voltadas ao mundo do trabalho e seu projeto de vida.

AVALIAÇÃO

Professor, entendemos que o processo avaliativo deve ser considerado ao longo de toda essa atividade. É importante registrar todos os momentos que você percebeu algum avanço na aprendizagem dos estudantes. Além disso, a participação, o engajamento, e outros pontos que considerar relevantes, podem ser considerados como momentos avaliativos. Dessa forma, é possível redefinir a trajetória e promover a recuperação contínua e, para estimular o protagonismo dos estudantes, sugerimos o uso de rubricas. Para potencializar esse tipo de avaliação, seus critérios podem ser construídos com a participação de todos, isso poderá ajudar os estudantes a ganhar mais responsabilidade sobre a sua aprendizagem.
A única ressalva que fazemos é que esses critérios precisam estar alinhados com o objetivo da presente atividade proposta.

ATIVIDADE 4

INTRODUÇÃO

Semana 13: 2 aulas

Professor, após o artigo de opinião e os estudantes entenderem o conceito da dualidade onda-partícula, inicie a mobilização fazendo-os pensar sobre a complexidade de se determinar a posição de uma onda propagada no espaço. Neste caso, pode-se utilizar como exemplo as ondas sonoras, por isso retome com eles as manchetes elaboradas na atividade 1, solicitando que reelaborem as questões, ressignificando as ideias do determinismo que são aplicadas de forma definitiva.

Após reelaborar as manchetes, solicite aos estudantes que socializem com os demais colegas, explicando suas principais mudanças, e como as ideias de determinismos sofreram mudanças com os paradigmas apresentados.

DESENVOLVIMENTO

Semanas 14 e 15: 4 aulas

Chegou o momento de retomar o experimento da dupla fenda com os estudantes, que foi abordado no vídeo de mobilização da atividade 3. Com esse experimento e, se tratando de um conceito pouco explorado no âmbito da formação geral básica, faça uma pequena apresentação sobre as principais mudanças de paradigmas encontrados na concepção do princípio de Heisenberg. Para tanto, no experimento da dupla fenda, podemos dizer que o elétron, ao passar pela dupla fenda, no anteparo vai ter probabilidade de chegar em determinados lugares do anteparo, ou até mesmo de não chegar, pode ser entendido como padrão de interferência. Segue figura que ilustra este padrão de interferência.

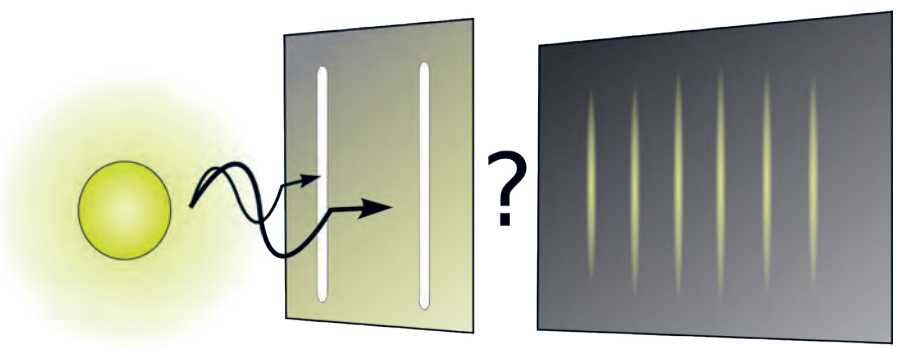


Figura: Padrão de Interferência. Fonte: Pngwing. Disponível em: **https://cutt.ly/cVWuVcP**. Acesso em 23.09.2022.

O professor pode desenhar, ou levar os estudantes a uma sala para projetar a imagem, em que os estudantes compreendam o padrão de interferência possível. Retome com eles os conceitos relacionados à dualidade onda partícula, sendo natural que os estudantes compreendam que esse padrão acontece nos dois casos do comportamento do elétron.

Após esta análise, os estudantes são divididos em grupos, chamados de grupos base. Para cada componente do grupo, é atribuído um número e um determinado papel. No caso de um grupo formado por 4 componentes, pode-se atribuir os seguintes papéis para cada um dos seus integrantes: **1. redator** – redige as respostas do grupo; **2. mediador** – organiza as discussões, garantindo a palavra a todos que quiserem se expressar e, também, atua na resolução de eventuais conflitos de opinião; **3. relator** – expõe as conclusões da discussão; **4. porta-voz** – tira dúvidas com o professor.

A seguir, um determinado tópico é apresentado para cada grupo. No nosso caso, o tópico sugerido refere-se aos **conceitos da Mecânica Quântica** e é dividido em subtópicos, sendo que o número de subtópicos tem de ser o mesmo número de integrantes de cada grupo. Apresenta-se, a seguir, um exemplo de quais poderiam ser esses subtópicos.

1º - Princípio da Incerteza de Heisenberg; 2 - Princípio da superposição de Schrodinger; 3 - Gráfico de distribuição de probabilidade associado ao Princípio de Heisenberg; 4 - Assista ao vídeo, disponível em: **https://youtu.be/lTJClxV58-w**. Acesso em: 19 abr. 2022, explicando as diferenças por meio do resgate das ideias abordadas na atividade 1.

Cada componente do grupo recebe apenas um desses temas, que deve ser estudado individualmente. O professor, juntamente com a turma, entra em acordo sobre quanto tempo os estudantes irão precisar para fazer esses estudos individuais.

Após esse momento de estudos, cada componente do grupo base se reúne com outros membros de grupos distintos que receberam os mesmos subtópicos, formando um grupo de especialistas. Os especialistas, então, irão discutir esses temas.

Posteriormente, cada especialista retorna ao seu grupo base para explicar aos seus colegas o que ele aprendeu com o seu subtópico. Uma sugestão é que, nesse momento, o mediador entre em ação, solicitando a cada componente do grupo que explique sobre os conceitos que foram discutidos no grupo de especialistas.

Ao longo da discussão, é muito importante que o grupo consiga compreender como esses subtópicos estão relacionados. Por exemplo, que na Mecânica Quântica não é possível obter medidas precisas sem interferir, de maneira que não podemos obter a posição do elétron no experimento da dupla fenda, ou determinar no experimento mental de Schrodinger, se o gato está vivo ou morto. E, também, como a probabilidade está totalmente relacionada ao tentar medir o momento, ou a posição de um elétron, por exemplo, em uma escala quântica.

DE OLHO NA INTEGRAÇÃO

Professor, os estudantes podem colaborar com a análise da probabilidade que é abordada nos **C1: Tendências e Decisões e C3: Estudos da demografia**, enriquecendo o momento desta atividade.

SISTEMATIZAÇÃO

Semana 16: 2 aulas

Professor, ao final da discussão, o redator registra as principais informações, produzindo um resumo com essas explicações. Sugere-se, também, que sejam anotadas, em uma folha à parte, todas as dúvidas que apareceram no decorrer desse processo, de que forma elas foram esclarecidas, quais os momentos que o grupo se sentiu mais envolvido durante a atividade, como foi o desempenho do grupo etc.

Por fim, os relatores podem apresentar oralmente as conclusões do grupo ao professor e aos demais colegas.

AVALIAÇÃO

Avaliação da Estratégia

Um importante momento da metodologia *Jigsaw* é o chamado de processamento grupal, que consiste em uma avaliação da estratégia adotada para a realização da tarefa. Basicamente, a ideia consiste em analisar quais ações contribuíram, e quais não colaboraram, para alcançar os objetivos propostos pelos grupos. A partir dessa análise, os estudantes poderão potencializar as ações que favoreceram a aprendizagem e minimizar os eventuais equívocos apresentados.

Sugerimos a leitura de um artigo chamado "Método Cooperativo de Aprendizagem *Jigsaw* no Ensino de Cinética Química", que apresenta um quadro sobre um questionário de avaliação da estratégia aplicada aos estudantes. Você pode utilizar esse quadro para auxiliar na sua avaliação.
Disponível em: **https://cutt.ly/pE361cL**. Acesso em: 10 out. 2021.

Avaliação da Aprendizagem.

Além das avaliações diagnóstica e processual, mencionadas anteriormente e que são fundamentais para todo processo avaliativo com carácter inclusivo, no sentido de atender a todos, sugere-se, nessa atividade, uma avaliação dita somativa, que é aquela que busca avaliar o aprendizado, a fim de atribuir ao estudante uma nota ou um conceito.
Ao final desse processo, você pode elaborar uma avaliação, mesclando questões dissertativas com perguntas de múltipla escolha sobre conceitos básicos da Mecânica Quântica.

ATIVIDADE 5

INTRODUÇÃO

Semana 17: 2 aulas

Professor, para essa atividade a sugestão é que os estudantes produzam conteúdos para compor uma revista de divulgação científica, abordando sobre as evidências científicas relacionadas aos conceitos de Determinismo, Constante de Planck, Efeito Fotoelétrico, Dualidade Onda-Partícula e Princípio da Incerteza de Heisenberg, ao longo deste componente.

A elaboração deste canal de divulgação científica será organizado pelo componente curricular Tendências e Decisões.

Em seguida, é preciso realizar o planejamento e um cronograma, pensando na:

- *Pré-criação:* os estudantes decidem sobre a criação, ou seja, quais serão os temas abordados.
- 1ª fase da criação: idealização e criação do material a ser divulgado.
- 2ª fase da criação: disponibilização das criações aos "professores orientadores" para leitura e recebimento de feedback.
- *Entrega final da criação*: recebimento dos materiais produzidos em tempo hábil para organizar a Revista.

No caso de grupos, os jovens devem estabelecer a função de cada um no desenvolvimento do processo criativo.

DE OLHO NA INTEGRAÇÃO

Professor, auxilie os estudantes a compreenderem como vai acontecer as etapas e a realização do canal de divulgação científica com o componente. É importante sua mediação quanto à escolha do tema que cada grupo vai escolher para publicar na revista que será distribuída em um canal digital. Portanto, sua conversa com o professor do componente curricular **Tendências e Decisões**, é fundamental para definir a trajetória e elaboração deste artigo para a revista.

DESENVOLVIMENTO

Semanas 18 e 19: 4 aulas

Organize esse momento para a 1ª a 2ª fases da criação, estabelecendo tempo hábil, para que os estudantes façam as adequações e aperfeiçoem o material a ser divulgado; ressaltar a importância de cumprir os prazos e datas constantes no cronograma para não prejudicarem as demais etapas e planeje a divulgação da Revista na data prevista.

SISTEMATIZAÇÃO

Semana 20: 2 aulas

Chegou o grande momento do lançamento da Revista. Aproveite a oportunidade para reconhecer o protagonismo dos estudantes ao longo deste aprofundamento, além de agradecer o empenho, comprometimento e crescimento intelectual durante todo o percurso.

Após o lançamento oficial, proponha uma roda de conversa para discutir como foi o trabalho colaborativo e realizar a autoavaliação com os estudantes sobre seu processo de aprendizagem, questionando quais influências essa experiência agrega aos projetos de vida, elencando pontos positivos, superação de desafios e não esquecendo de discutir, também, se as expectativas, para esse aprofundamento, foram alcançadas.

AVALIAÇÃO

Sugerimos que você, professor, promova uma análise sobre o processo de aprendizagem dos estudantes, realizando uma avaliação estruturada dos jovens. Eles definirão os itens e os critérios por meio dos quais desejam ser avaliados e você poderá acrescentar itens relacionados às habilidades propostas para esse aprofundamento. Os estudantes decidirão se essa avaliação será individual, uma autoavaliação, ou coletiva. Você, também, poderá apresentar suas observações sobre o grupo, ou sobre um estudante em particular, sempre no sentido de contribuir, para que todos se conscientizem a respeito de quais saberes e pontos precisam investir para aprender mais, assim como em aspectos de autogestão do tempo e do esforço pessoal para avançar cada vez mais.

COMPONENTE 3

ESTUDOS DA DEMOGRAFIA

DURAÇÃO: 45 horas

AULAS SEMANAIS: 3

QUAIS PROFESSORES PODEM MINISTRAR ESTE COMPONENTE: Geografia ou História.

INFORMAÇÕES GERAIS:

Professor, o componente Curricular Demografia: investigação das populações humanas propõe um estudo sobre as dinâmicas populacionais em suas variadas dimensões. Com cerca de 8 bilhões de habitantes no mundo, são inúmeras as abordagens, visto que este é um tema tradicional na área de Ciências Humanas e Sociais Aplicadas (CHS). A contribuição deste componente na formação dos estudantes na unidade curricular Certeza e incerteza: para que serve a probabilidade está em aprofundar os conhecimentos dos jovens sobre a demografia e os dados gerados por essa área do conhecimento sobre as tendências, comportamentos e influências do homem no espaço. O objetivo é que os dados numéricos possam ampliar o olhar do estudante sobre as populações e as diferentes interações humanas com o meio ambiente e o desenvolvimento econômico e social.

Objetos de conhecimento:

Estrutura da População: Composição por sexo e idade, local de residência; Dinâmica da população: Taxa de Natalidade, de Mortalidade, de fecundidade, Crescimento vegetativo e Evolução; Transição Demográfica e Políticas Públicas; População, meio ambiente e desenvolvimento e Censos demográficos.

Competências e Habilidades da Formação Geral Básica a serem aprofundadas: Competências 2, 4 e 6

EM13CHS201	Analisar e caracterizar as dinâmicas das populações, das mercadorias e do capital nos diversos continentes, com destaque para a mobilidade e a fixação de pessoas, grupos humanos e povos, em função de eventos naturais, políticos, econômicos, sociais, religiosos e culturais, de modo a compreender e posicionar-se criticamente em relação a esses processos e às possíveis.
EM13CHS606	Analisar as características socioeconômicas da sociedade brasileira – com base na análise de documentos (dados, tabelas, mapas etc.) de diferentes fontes – e propor medidas para enfrentar os problemas identificados e construir uma sociedade mais próspera, justa e inclusiva, que valorize o protagonismo de seus cidadãos e promova o autoconhecimento, a autoestima, a autoconfiança e a empatia.
EM13CHS402	Analisar e comparar indicadores de emprego, trabalho e renda em diferentes espaços, escalas e tempos, associando-os a processos de estratificação e desigualdade socioeconômica.

Eixos Estruturantes e suas Competências e Habilidades: Investigação Científica, Processos criativos, Intervenção e mediação sociocultural, Empreendedorismo.

EMIFCHS01	Investigar e analisar situações problema envolvendo temas e processos de natureza histórica, social, econômica, filosófica, política e/ou cultural, em âmbito local, regional, nacional e/ou global, considerando dados e informações disponíveis em diferentes mídias.
EMIFCHS04	Reconhecer produtos e/ou processos criativos por meio de fruição, vivências e reflexão crítica sobre temas e processos de natureza histórica, social, econômica, filosófica, política e/ou cultural, em âmbito local, regional, nacional e/ou global.
EMIFCHS08	Selecionar e mobilizar intencionalmente conhecimentos e recursos das Ciências Humanas e Sociais Aplicadas para propor ações individuais e/ou coletivas de mediação e intervenção sobre problemas de natureza sociocultural e de natureza ambiental, em âmbito local, regional, nacional e/ou global, baseadas no respeito às diferenças, na escuta, na empatia e na responsabilidade socioambiental.
EMIFCHS12	Desenvolver projetos pessoais ou produtivos, utilizando as Ciências Humanas e Sociais Aplicadas para formular propostas concretas, articuladas com o projeto de vida, em âmbito local, regional, nacional e/ou global.

Os Eixos, estruturantes de cada etapa das atividades, são indicados pelos seguintes ícones:

	Investigação Científica		Empreendedorismo
	Processos Criativos		Mediação e Intervenção Sociocultural

ATIVIDADE 1

INTRODUÇÃO

Semana 1: 3 aulas

Professor, o desenvolvimento desta atividade, assim como as demais, está dividido em três etapas: 1ª – introdução, 2ª - desenvolvimento e 3ª - sistematização. Com isso, damos início aos estudos demográficos, título deste componente, que tem a premissa de analisar as mudanças que ocorrem na população ao longo do tempo, principalmente o crescimento populacional e seus desdobramentos.

A palavra demografia foi usada pela primeira vez em 1855 por um belga chamado Achille Guillard, termo esse, cunhado do grego: demos = população e gráphein = escrever / descrever / estudar. Nesse sentido, o objetivo do estudo demográfico é analisar populações humanas e suas características gerais.

Os estudantes irão analisar as características da dinâmica demográfica brasileira e suas transformações, suas relações com os aspectos econômicos sociais e ambientais e como esses estudos favorecem a formulação de políticas públicas que contribuem para projetos de melhoria da sociedade.

Como sugestão para uma sondagem dos conhecimentos prévios dos estudantes, seguem alguns questionamentos: O que é demografia? Qual a importância de se estudar as populações? O que é uma pirâmide etária, e o que ela representa? O que é um censo demográfico? Para que servem esses dados coletados? Como se dá a formação acadêmica de um demógrafo? E outros questionamentos que julgar necessário.

Recomendamos exibir o vídeo da Série Desafios das profissões da TV PUC (Disponível em: **https://cutt.ly/LTptVne**. Acesso em: 19 out. 2021), ou indique para que os estudantes assistam a ele. O vídeo deve contribuir para que eles entendam o papel das ciências demográficas, suas potencialidades e os seus desafios.

Caso não seja possível exibir o vídeo, propomos que realize uma aula expositiva dialogada sobre a importância da demografia para os estudos populacionais. Após o diálogo, os estudantes podem apresentar para a sala as suas percepções.

Na sequência, apresente alguns centros de estudos demográficos e órgãos de planejamento nacionais, como é o caso do IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (Disponível em: **http://www.ibge.gov.br/**. Acesso em: 18 ago. 2021), ENCE- Escola Nacional de Ciências Estatísticas (Disponível em: **https://cutt.ly/TTrOF7D**. Acesso em: 18 ago. 2021) e ABEP - Associação Brasileira de Estudos Populacionais (Disponível em: **http://www.abep.org.br/**. Acesso em: 18 ago. 2021).

Indicamos a retomada das respostas das questões da sondagem, propiciando um momento de resgate e reflexão do que foi escrito/respondido por eles, incentivando a reorganização das ideias, abrindo espaço para que o estudante compartilhe com a turma possíveis mudanças de percepções.

Após esse momento de sondagem e sensibilização, proponha aos estudantes a elaboração de uma produção textual, com o registro das suas percepções em relação ao componente. Essa produção textual será retomada ao final deste componente, para que eles analisem o que sabiam ou imaginavam acerca dos estudos demográficos no início do componente, bem como o que aprenderam após esse percurso de estudo. Esse registro final terá como uma de suas finalidades a autoavaliação.

SAIBA MAIS

E-Disciplinas USP - Introdução à Demografia (2016)
(Disponível em: **https://cutt.ly/ATgfLlq**. Acesso em: 19 out. 2021)

DESENVOLVIMENTO

Semanas 2 e 3: 6 aulas

Segundo o IBGE, o tempo médio do crescimento da população brasileira é de 21 segundos, e do estado de São Paulo é de 1 minuto e 29 segundo, já o estado do Acre tem um tempo médio de 42 minutos e 54 segundos, isso é um exemplo simples sobre como a demografia se comporta de maneiras, tempo e em lugares diferentes. Apresente esses dados e solicite aos estudantes que expressem oralmente suas considerações.

Recomendamos uma pesquisa em sites, revistas e livros didáticos, com os seguintes temas: natalidade, mortalidade, expectativa de vida, fecundidade e crescimento vegetativo ou natural como também é conhecido.

Ainda no escopo da pesquisa, indicamos os seguintes materiais: **Projeção da população do Brasil e das Unidades da Federação.** Disponível em: **https://cutt.ly/6EgBnNK.** Acesso em: 24 ago. 2021.

Transição demográfica -Brasil terá 50 milhões de pessoas a menos em 2100 em mundo com população em declínio (vídeo). Disponível em: **https://cutt.ly/qEgBDnA**. Acesso em: 24 ago. 2021.

Professor, para iniciar as discussões para este componente, realize uma atividade de retomada dos conhecimentos prévios sobre os conceitos utilizados nos estudos demográficos. Divida os

estudantes em 3 grupos. Cada grupo ficará responsável pela produção de uma apresentação sobre conceitos utilizados no estudo das populações. O **Grupo 1** trabalhará com os temas: população absoluta, população relativa e Taxa de natalidade, o **Grupo 2**: Taxa de fecundidade, Taxa de mortalidade e taxa de mortalidade infantil e o **Grupo 3**: Expectativa de vida Crescimento natural ou vegetativo e Crescimento migratório. Converse com os estudantes, para que indiquem outros termos utilizados no estudo das populações que queiram aprofundar os seus conhecimentos. Propomos o glossário do censo de 2010 como material de consulta ***(Disponível em:*** **https://cutt.ly/cTpt4no**. Acesso em:19 out. 2021). Em seguida, os grupos deverão organizar uma apresentação dos termos pesquisados para a turma.

Como forma de avaliar a atividade, os estudantes, individualmente, irão construir um mapa mental, relacionando os conceitos trabalhados durante a atividade. O mapa mental, poderá ser produzido utilizando ferramentas digitais ou de forma analógica, como em folhas sulfite ou cartolinas.

Depois, os estudantes terão contato com as informações geradas pelo IBGE por meio do *site* **Cidades@** (Disponível em: **https://cidades.ibge.gov.br/** Acesso em: 19 out. 2021). Nele, os estudantes podem acessar um sistema de informações sobre os municípios e estados, por meio de infográficos e mapas, além disso o *site* contribui para a comparação dos indicadores entre os municípios e estados.

Neste momento, realize uma atividade em grupo, na qual os estudantes terão contato com os dados e informações divulgados no **Cidades@**. Para a atividade, os estudantes irão pesquisar dados do município de sua escola, para compará-los com outros municípios de interesse dos estudantes. Cada grupo será responsável por buscar dados de uma das temáticas: População, Trabalho e renda, Educação, Economia, Saúde, Território e Ambiente. Logo após, será organizada uma apresentação da comparação dos dados trabalhados pelos grupos. Planeje com os estudantes as melhores estratégias para realizar as apresentações, que poderão ser feitas por meio de ferramentas digitais ou por meio da produção de cartazes ou outras formas criativas de socialização. Entendemos que a atividade poderá ser utilizada para trabalhar a temática dos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável, com destaque para o **ODS 10** - Redução da Desigualdades.

DE OLHO NA INTEGRAÇÃO

Para esta integração, sugerimos uma parceria com o Componente Curricular 1 - Tendências e Decisões, na Atividade 1, cujo foco é a probabilidade. É um bom momento para promover uma discussão com os estudantes, como por exemplo: a probabilidade de crescimento populacional dentro de um ano, levando em conta os estudos demográficos do IBGE, já apresentados na introdução desta atividade.

SISTEMATIZAÇÃO

Semana 4: 3 aulas

Para sistematizar os aprendizados dos estudantes, é interessante que criem um podcast com a finalidade de discutir o tema **"As principais características socioeconômicas da população".** A sala poderá ser organizada em grupos para o planejamento da produção do podcast.Para isso indicamos o material **Como fazer um podcast** (Disponível em: **https://cutt.ly/UTpyoAJ**. Acesso em: 5 nov. 2021). A primeira etapa será a escrita de um roteiro com os principais pontos a serem abordados, de acordo com as discussões durante as aulas e as produções desenvolvidas durante as atividades, tendo como base as características das populações. Pense também se o podcast terá espaço para convidados. Se tiver, busque por pessoas com as quais o grupo gostaria de conversar ou entrevistar. Em seguida, os estudantes farão a gravação do roteiro elaborado. Os estudantes deverão se organizar para realizar a gravação do programa e a edição do áudio. Posteriormente solicite que publiquem a atividade nas plataformas digitais com a **#curriculoemacaoMAT**

AVALIAÇÃO

Professor, é fundamental avaliar o estudante em sua totalidade, levando em consideração a sua participação em todo o processo, nos momentos de discussões, nas interações em grupo, na elaboração das atividades propostas, nas devolutivas das novas aprendizagens desenvolvidas, dentre outras. Destaca-se também a autoavaliação como um momento fundamental para o estudante refletir sobre o seu desempenho, com vistas ao aprimoramento dos seus saberes.

ATIVIDADE 2

INTRODUÇÃO

Semana 5: 3 aulas

Professor, nesta atividade será discutida a importância do levantamento de dados sobre a população, apresentando ao estudante que a demografia possibilita discussões em diferentes campos do conhecimento. Para ampliar os diálogos, indicamos o vídeo **Censo 2020** - censo demográfico pelo IBGE, (Disponível em: **https://cutt.ly/XTpylnb**. Acesso em: 21 out. 2021).

Depois, já com os estudantes divididos em grupos, realize uma atividade de World Café com o objetivo de discutir a importância dos dados do Censo para o planejamento de ações governamentais. Cada grupo deve escolher um "anfitrião" que permanece parado, enquanto os demais estudantes trocam de grupos. O anfitrião tem o papel de relatar as discussões dos participantes anteriores e complementar com as novas discussões. Após algumas rodadas, será compartilhado com a sala as discussões dos grupos. Para organizar o World Café, sugerimos o material com orientações (Disponível em: **https://cutt.ly/kTpyZ58**. Acesso em: 21 out. 2021).

SAIBA MAIS

Dados do IBGE sobre a população brasileira.
(Disponível em: **https://cutt.ly/wEgCQ3D**. Acesso em: 28 ago. 2021).

DESENVOLVIMENTO

Semanas 6 e 7: 6 aulas

Professor, nesta etapa os estudantes terão a oportunidade de trabalhar com os dados do IBGE. Para isso, utilizaremos o **censo 2010**, (Disponível em: **https://cutt.ly/wTpy4Bt**. Acesso em: 21 out. 2021), e o vídeo **IBGE: Divulgado o resultado do Censo 2010** da TV Brasil, (Disponível em: **https://cutt.ly/lTpue5D**. Acesso em: 21 out. 2021).

Após esse momento, indicamos a atividade **Estudo do Censo**, que usará dados gerados a partir do censo demográfico. O ideal é que os estudantes tenham acesso a um computador para realizar a atividade. Caso não seja possível sugerimos que os estudantes pesquisem os dados previamente e tragam para a aula.

Os estudantes devem acessar o **Banco de Dados-Séries Estatísticas & Séries Históricas**, (Disponível em: **https://cutt.ly/nTpuo1x**. Acesso em: 21 out. 2021), clicar no menu Temas e Subtemas, que traz informações provenientes de dados oficiais oriundos de pesquisas do IBGE, em ordenadas segundo um intervalo de tempo.

Na sequência, solicite aos estudantes que analisem esses dados. Para isso, deixamos um exemplo: A turma decidiu por analisar a não presença de fogão nos domicílios brasileiros (Disponível em: **https://cutt.ly/wTpuEpm**. Acesso em: 21 out. 2021), coletando as seguintes informações: em 1992 88,3% dos domicílios urbanos particulares tinham acesso ao sistema de abastecimento de água, já em 2015 o número foi de 93,5%. Partindo disso, os estudantes irão discutir as questões sugeridas. Quais motivos levaram ao aumento do índice? Isso significa que o brasileiro teve um aumento na qualidade de vida? Todos os brasileiros tiveram igualmente melhoria na qualidade de vida? Justifique. Quais tipos de análises podem ser feitos a partir desse dado?

Em um segundo momento, os estudantes farão uma análise de dados referente às populações indígenas e quilombolas disponíveis na **Base de informação sobre Indígenas e Quilombolas** (Disponível em: **https://cutt.ly/7TpuOtp**. Acesso em: 19 out. 2021). Para a atividade, os estudantes realizarão uma pesquisa sobre a quantidade de indígenas por etnias, propostas pelo IBGE (Disponível em: **https://cutt.ly/4TpuHAK**. Acesso em: 20 out. 2021). Depois, eles escolherão uma etnia de seu interesse para levantar informações, por exemplo: Onde eles vivem? Qual o número de sua população? Qual é a sua história? Quais são as principais características culturais? Como são as suas festas populares? Quais os desafios enfrentados por eles? Questione também se os estudantes sobre: Quais são os critérios utilizados pelo IBGE para agrupar os indígenas em etnias? Os critérios são adequados?

Os estudos demográficos apontam a importância da compreensão dos dados associados à mortalidade, à natalidade, relacionando a ocorrência de nascimento (crianças vivas) com a população total, já a fecundidade é o estudo que relaciona o número de crianças nascidas vivas com a população feminina em idade reprodutiva.

Quando analisamos o crescimento populacional, a mortalidade é um componente importante, por isso devemos lembrar que a mortalidade é um fenômeno natural e biológico, porém está sujeito à intervenção humana, qualidade de vida, condições sociais dentre outros, e interfere na longevidade do indivíduo. Analisando o processo histórico, é possível observar que o tamanho da população depende mais da mortalidade do que da fecundidade ou da migração.

Uma vez nascido vivo, o indivíduo está sujeito à morte, mas a idade em que ocorre tem fortes consequências no tamanho e na estrutura da população. Estudos apontam que os homens estão mais suscetíveis à morte precoce do que as mulheres.

Dessa forma, é hora de apresentar aos estudantes como se obtém os dados de natalidade, fecundidade, mortalidade e crescimento da população.

Segue uma atividade que prevê a consolidação desses conceitos a partir de análise de dados. Como sugestão apresentamos o documento na sequência como ponto de partida e diálogo junto aos

estudantes. **Tábua completa de mortalidade para o Brasil – 2019, breve análise da evolução da mortalidade no Brasil**. Disponível em: **https://cutt.ly/DEgNpMV.** Acesso em: 26 ago. 2021.

Em continuidade, mostre de que maneira é calculado o crescimento vegetativo.

Crescimento vegetativo ou natural	CV = Tn – Tm=	(Tn): número de nascidos vivos dividido pelo número de habitantes; taxa de mortalidade (Tm): número de mortes dividido pelo número de habitantes; Crescimento vegetativo (CV): diferença entre taxa de natalidade e taxa de mortalidade.

Caso seja possível, organize uma tabela com os dados de natalidade e mortalidade. Para isso, recomendamos a utilização de dados do município em que a unidade escolar está inserida, solicitando assim aos estudantes o cálculo do crescimento vegetativo. Se não for possível, apresente o dado pronto, sugerimos o gráfico e relatório, **461 ANOS DE SÃO PAULO O envelhecimento e a dinâmica populacional dos distritos paulistanos,** da fundação SEADE (Disponível em **https://cutt.ly/lRxFdjo.** Acesso em: 30 ago. 2021).

Professor, sugerimos um game com o nome **demografia em foco**. Para isso, divida a turma em 4 grupos, e a partir disso cada grupo deve elaborar cinco questões com 3 alternativas cada, as questões devem envolver, conceitos demográficos, como natalidade, mortalidade, pirâmide etária dentre outros.

Cada rodada um grupo faz perguntas para o outro, seguindo da seguinte maneira, *rodada 1: G1 pergunta para G2, G2 pergunta para G3, G3 pergunta para G4, G4 pergunta para G1. Já na rodada 2: G1 pergunta para G3, G2 pergunta para G4* e assim sucessivamente. Após as rodadas de questões, some os pontos de cada grupo. É importante que, antes das rodadas de perguntas, você, professor, estabeleça as regras, como o tempo de resposta, como a sala deve estar organizada, dentre outros.

Cabe ao professor, também, antes das rodadas das questões, a conferência das questões, analisando e avaliando as informações a serem questionadas.

Por fim, planeje, junto com os estudantes, formas de apresentar as pesquisas realizadas por eles.

DE OLHO NA INTEGRAÇÃO

Recomendamos a integração com o Componente Curricular 2, que tem como tema "Determinismo e as surpresas do mundo Quântico", cuja Atividade 4 trata sobre o sistema de geolocalização, que poderá ser utilizado para identificar as informações geográficas referentes às populações indígenas e quilombolas distribuídas no Brasil.

SISTEMATIZAÇÃO

Semana 8: 3 aulas

Após essa apresentação e com o exemplo de análise sugerido na atividade anterior, organize os estudantes em grupos, para que, a partir de um tema escolhido pelas informações do Banco de Dados do IBGE, problematizem e proponham questões decorrentes dos dados analisados por eles. Solicite que, após essa análise, busquem responder: Se você fosse um agente do Poder Público, quais seriam as suas propostas para melhoria da qualidade de vida da população no tema ou aspecto analisado pelo grupo?

Após esse momento de protagonismo dos jovens e com as análises feitas realize uma roda de diálogo, sugerindo aos estudantes um breve registro escrito de suas percepções do censo demográfico estudado e seus resultados. Peça que, como possíveis gestores, apresentem seus argumentos para suas decisões acerca da melhoria da qualidade de vida da população.

Em seguida, como forma de sistematização dos conhecimentos adquiridos durante a atividade, os estudantes poderão construir um mapa mental, utilizando ferramentas digitais, ou de forma analógica.

AVALIAÇÃO

Professor, observando o desempenho dos estudantes é possível perceber até que ponto as ações protagonistas se fazem presentes na realização das atividades propostas, por isso, ao realizar essa análise, é importante propor uma reflexão sobre o engajamento de cada um, por meio de algumas questões: Como foi o meu desempenho nas ações? O mapa mental que elaborei, deixa claro o que eu aprendi? Após essa autorreflexão, ofereça devolutivas para os estudantes destacando os pontos positivos do processo de ensino aprendizagem e os que merecem maior atenção.

ATIVIDADE 3

INTRODUÇÃO

Semana 9: 3 aulas

Professor, neste momento, iremos discutir questões relacionadas com o crescimento da população e o desenvolvimento sustentável. Comece a atividade exibindo o vídeo **Superpopulação: o crescimento populacional é mesmo um problema?** (Disponível em: **https://cutt.ly/DTpuMRr**. Acesso em: 21 out. 2021) e o vídeo **Repensar o Consumo: Andre Trigueiro at TEDxSudeste** (Disponível em: **https://cutt.ly/QTpu38O**. Acesso em: 21 out. 2021).

Em seguida planeje um debate, em que os estudantes deverão discutir sobre: O crescimento populacional é responsável pelos impactos ambientais? Existem desigualdades nos padrões de consumo entre as populações? O que ocorreria se todos os habitantes do planeta tivessem o mesmo nível de consumo dos países desenvolvidos? Como garantir a sustentabilidade do planeta?, entre outras questões que podem ser formuladas por eles. Depois, os estudantes produzirão um mural, utilizando ferramentas digitais com os principais pontos discutidos no debate. Caso não seja possível a utilização de meios digitais, o mural poderá ser feito de forma analógica. É importante lembrar que a gestão do tempo da atividade deverá ser feita em conjunto com os estudantes, conforme a realidade da turma.

SAIBA MAIS

Novo regime demográfico: uma nova relação entre população e desenvolvimento? Disponível em **https://cutt.ly/TEkqthi**. Acesso em: 06 set.2021.

DESENVOLVIMENTO

Semanas 10 e 11: 6 aulas

Quando pensamos na população e nos resultados obtidos por meio de índices, podemos traçar diferentes perspectivas ligadas aos modos de produção, as diversas formas de trabalho por exemplo. Apresente aos estudantes diferentes índices e suas formas de análise, partindo desta perspectiva segundo o PNUD Brasil, o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) é uma medida resumida do progresso a longo prazo em três dimensões básicas do desenvolvimento humano: renda, educação e saúde, que vai de uma escala de 0 até 1, sendo que quanto mais perto do 1 significa que o país estudado apresenta um melhor IDH.

Outro índice a ser trabalhado é o índice de GINI que, segundo o IPEA, aponta a diferença entre os rendimentos dos mais pobres e dos mais ricos. Numericamente, varia de zero a um (alguns apresentam de zero a cem), ou seja, quanto mais próximo do zero maior a igualdade.

Explique-lhes os dados do Brasil e do mundo, expondo o que esses números apresentam na prática. Indicamos para esse momento o **Atlas do desenvolvimento humano no Brasil** (Disponível em: **http://www.atlasbrasil.org.br/.** Acesso em: 23 set. 2021) e o **Entenda o índice de Gini** (Disponível em: **https://cutt.ly/MEgNVjS.** Acesso em: 23 set. 2021). Ainda na perspectiva dos diferentes índices, compartilhe com os estudantes uma matéria do jornal da USP, que versa sobre uma plataforma digital que traz indicadores sociais inéditos sobre São Paulo (Disponível em: **https://cutt.ly/LEgN2Qn.** Acesso em: 23 set. 2021).

Agora que os estudantes já retomaram os conceitos de alguns índices, aprofunde seus conhecimentos, respondendo às seguintes questões: Como esses índices refletem a real situação de uma nação? De que maneiras esses dados podem ser usados pelo poder público? O que esses números revelam? Como eles podem nortear a construção de políticas públicas? Comente. Aproveite esse momento e exponha aos estudantes o **IDHM-**Índice de Desenvolvimen**to Humano Municipal e Relatório de Desenvolvimento Humano (RDH)** (Disponível em: **https://cutt.ly/EEgN6Y0.** Acesso em: 01 set. 2021). Um outro recurso é o **Atlas do Desenvolvimento Humano no Brasil.** (Disponível em: **http://www.atlasbrasil.org.br/.** Acesso em: 01 set. 2021).

Em seguida, recomendamos o trabalho com a metodologia Rotação por estações. Para isso, divida a turma em 4 grupos, sendo que cada grupo deve rodar e participar de todas as estações. Solicite um registro por tópicos dos assuntos discutidos em cada estação, pois isso facilitará a finalização desta etapa. Com sugestão, seguem as seguintes estações:

1ª Estação, vídeo: os estudantes devem assistir ao vídeo indicado, debatendo ao final as suas percepções, vídeo **Desenvolvimento Sustentável: o que é e quais são seus indicadores.** Disponível em: **https://cutt.ly/KTpiqu0**. Acesso em: 21 out. 2021.

2ª Estação, leitura de texto: **Ler o texto do jornal da USP que traz a seguinte reflexão: Investir em meio ambiente traz mais saúde à população**. Disponível em: **https://cutt.ly/ATpit4t**. Acesso em: 21 out. 2021.

3ª Estação, leitura do texto: **Desenvolvimento humano e o aumento da Pegada Ecológica**, artigo de José Eustáquio Diniz Alves. Disponível em: **https://cutt.ly/RTpiaxn**. Acesso em: 21 out. 2021.

4ª Estação, leitura dos infográficos:

- **O que é saneamento básico**. Disponível em: **https://cutt.ly/RTpij8L**. Acesso em: 01 set. 2021.,
- **Qual o impacto do saneamento básico?** Disponível em: **https://cutt.ly/ATpinGZ**. Acesso em: 21 out. 2021.

Depois, os grupos realizarão uma apresentação dos principais pontos discutidos em cada uma das estações, destacando a relação dos temas trabalhados nas estações e o desenvolvimento sustentável. Se houver possibilidade e recursos, os estudantes podem elaborar as apresentações utilizando meios digitais, ou outras formas criativas.

Como forma de sistematizar a atividade, os estudantes, individualmente, produzirão um mapa conceitual que poderá ser produzido utilizando-se a ferramentas digitais.

DE OLHO NA INTEGRAÇÃO

Ao longo do estudo nos diversos componentes curriculares, os estudantes vivenciam estratégias com foco as metodologias ativas, como por exemplo “Rotação por Estações” na Atividade 3 do Componente Curricular 2 - Determinismo e as surpresas do mundo Quântico. Este é um bom caminho para realizar a integração por meio da estratégia utilizada.

SISTEMATIZAÇÃO

Semana 12: 3 aulas

Para a sistematização da atividade, os estudantes construirão uma nuvem de palavras com os principais pontos discutidos na atividade anterior. A construção da nuvem de palavras pode ser realizada em tempo real por meio. Caso não seja viável a utilização da ferramenta, a atividade pode ser organizada para que o resultado seja apresentado na forma de um cartaz, listando as palavras em ordem de maior para a menor frequência.

Os estudantes farão uma autoavaliação de seus aprendizados até o momento. A autoavaliação deverá ser feita de forma escrita, com base no critério de participação nas pesquisas realizadas e da apresentação dos resultados aos demais colegas da classe. Esse relato deve incluir considerações feitas pelo professor em sala de aula, assim como observações pertinentes aos temas apresentados pelos grupos.

AVALIAÇÃO

Professor, como forma de avaliação, indicamos uma análise na atuação dos estudantes no decorrer do processo de aprendizagem, a fim de verificar se as habilidades contempladas nas atividades foram desenvolvidas ou não, bem como levar em consideração todo o envolvimento nas ações propostas. Promova também um momento de autoavaliação, para que possam refletir sobre as suas atitudes, a fim de levá-los a pensar na importância de ser protagonista.

ATIVIDADE 4

INTRODUÇÃO

Semana 13: 3 aulas

Professor, nesta atividade, será discutida a importância de diagnóstico que contemple as informações sobre as características das condições da população para a formulação de políticas públicas que atendam as fragilidades e potencialidades das comunidades.

Para iniciar a atividade, retome os conhecimentos dos estudantes sobre o índice de GINI, que segundo o IPEA, que aponta a diferença entre os rendimentos dos mais pobres e dos mais ricos. Numericamente, varia de zero a um (alguns apresentam de zero a cem), ou seja, quanto mais próximo do zero maior a igualdade. Para a atividade, exiba o vídeo **Jornal da Cultura explica: Índice de Gini** (Disponível em: **https://cutt.ly/wTpiTmF**. Acesso em: 25 out. 2021), e **O que é coeficiente de Gini? - TerraGrafia** (Disponível em: **https://cutt.ly/BTpiSqd**. Acesso em: 25 out. 2021).

Em seguida, divida-os em grupos, que farão um levantamento dos índices de GINI do município da escola (Disponível em: **https://cutt.ly/1I6l4Zb**. Acesso em: 26 out. 2021) e o IDHM (Disponível em: **https://cutt.ly/sTsVjkq**. Acesso em: 26 out. 2021). Posteriormente, eles farão uma comparação com outros municípios de seu interesse, para elaborar um relatório com as conclusões do grupo. Organize a turma para que os grupos apresentem as discussões.

Para finalizar a atividade, comente com eles que, recentemente, o Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento - PNUD incluiu a taxa de emissões de CO_2 e a pegada de carbono para o cálculo do IDH, conhecido como IDH verde. Como forma de aprofundamento, exiba a reportagem do Jornal da Cultura (Disponível em: **https://cutt.ly/FTpi90d**. Acesso em: 26 out. 2021).

SAIBA MAIS

Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (Ipea) é uma fundação pública federal vinculada ao Ministério da Economia. Suas atividades de pesquisa fornecem suporte técnico e institucional às ações governamentais para a formulação e reformulação de políticas públicas e programas de desenvolvimento brasileiros.
Disponível em: **http://www.ipea.gov.br/**. Acesso em: 18 ago. 2021.

DESENVOLVIMENTO

Semanas 14 e 15: 6 aulas

Professor, nesta atividade os estudantes pesquisarão questões de seu interesse relacionadas às condições socioambientais da comunidade da escola, para propor a elaboração de políticas públicas que tem como objetivo melhorar as condições da população.

Para iniciar a atividade, trabalhe com eles as fases que compõem a elaboração das políticas públicas. Questione se têm algum conhecimento sobre: O que é uma política pública? Ela pode ser multicêntrica ou depende do poder do Estado? Como elas são elaboradas? Quem é responsável pela sua elaboração? Qual a importância do levantamento de dados para a sua elaboração? Em seguida, exiba os vídeos **Políticas públicas: quem faz? (**Disponível em: **https://cutt.ly/hI6nCT6**. Acesso em: 27 out. 2021) e **CICLO DE POLÍTICAS PÚBLICAS: O que é?** (Disponível em: **https://cutt.ly/RTpoivC**. Acesso em: 27 out. 2021), ou trabalhe com as discussões presentes no artigo **Conheça o ciclo das políticas públicas** (Disponível em: **https://cutt.ly/gTpog8U**. Acesso em: 27 out. 2021).

Logo após, os estudantes, em grupos, pensarão em estratégias para realizar uma pesquisa sobre quais problemas de sua comunidade merecem uma maior atenção. A fim de fundamentar as escolhas, será necessária a análise de dados que mostrem as condições que indiquem a importância de tornar o problema levando em uma agenda pública, conforme indicado na primeira etapa da atividade. Os grupos farão uma apresentação das demandas sociais levantadas na atividade. Para o levantamento dos dados, os grupos podem utilizar as fontes indicadas nas atividades anteriores, além de realizarem pesquisas em outras fontes disponíveis na internet, em livros didáticos etc.

Após a identificação do problema, o grupo deve discutir: O problema é de responsabilidade do Poder: Executivo, ou do Legislativo, ou do Judiciário? Quais soluções poderiam ser pensadas por meio da criação de uma Lei. Há outras formas de resolver o problema? Já existem propostas sobre este assunto tramitando em alguma Casa Legislativa?

Posteriormente, os grupos de posse de todas as informações levantadas, irão desenvolver uma agenda pública que servirá de base para a elaboração de um Projeto de Lei. Ao elaborar um projeto de Lei, os estudantes desenvolvem habilidades como: **domínio da linguagem**, **compreensão de fenômenos**, **enfrentamento de situações-problema**, **construção de argumentação e elaboração de propostas**, que são as principais competências da matriz de referência do **ENEM**. Para elaborar projetos de Lei, os estudantes podem buscar informações no site do **Programa Parlamento Jovem Brasileiro** (Disponível em: **https://cutt.ly/bTpovrw**. Acesso em: 28 out. 2021), e no site do **Programa Jovem Senador**, (Disponível em: **https://cutt.ly/fTpoRur**. Acesso em: 28 out. 2021).

DE OLHO NA INTEGRAÇÃO

Professor, os estudantes já tiveram contato com diversas formas de realizar o levantamento de dados, como os temas Probabilidade e Estatística no componente 1 - Tendências e Decisões, cujas aprendizagens podem apoiar o desenvolvimento dessa atividade no que diz respeito à elaboração de políticas públicas que de fato atendam às especificidades locais, com base em dados consistentes.

SISTEMATIZAÇÃO

Semana 16: 3 aulas

Para a sistematização da atividade, realize uma Oficina Legislativa, proposta pelo Senado Federal (Disponível em: **https://cutt.ly/eTpoPLc**. Acesso em: 28 out. 2021). A oficina tem o objetivo de incentivar os estudantes a pensar em melhorias para a sociedade na forma de apresentação de **Ideia legislativa** e **Consulta Pública**. As propostas de Leis, trabalhadas na etapa anterior, podem ser inseridas como Ideia legislativa no site **e-cidadania** (Disponível em: **https://cutt.ly/OVWofJM**. Acesso em: 28 out. 2021). Para que a ideia apresentada seja analisada pelo Senado Federal, há um processo de votação, por isso é interessante que os estudantes produzam ações de divulgação da ideia proposta nas redes sociais, na escola e na comunidade.

AVALIAÇÃO

Professor, é importante que você faça registros sobre o desenvolvimento e a participação dos estudantes durante todo o processo, avaliando: Os estudantes conseguiram fazer um bom diagnóstico dos problemas socioambientais da comunidade? Conseguiram relacionar o papel das políticas públicas na resolução dos problemas de um grupo/comunidade? Exerceram a colaboração entre si na escrita do projeto de lei? Além disso, os eles, também, podem ser incentivados a realizar anotações pessoais sobre as suas aprendizagens e de possíveis dúvidas.

ATIVIDADE 5

INTRODUÇÃO

Semana 17: 3 aulas

Para esta atividade, sugerimos a apresentação e contextualização das seguintes teorias: malthusiana, e neomalthusiana, e a transição demográfica.

Para adentrar nessa discussão e seus diferentes âmbitos, seguem alguns materiais de subsídios, como é o caso dos links :

- **Algumas considerações sobre a contribuição de Malthus ao Pensamento Econômico**. Disponível em: **https://cutt.ly/3EgM3JK**. Acesso em: 30 ago. 2021.
- **Transição demográfica no Brasil: uma agenda para pesquisa**. Disponível em: **https://cutt.ly/8EgM6yi.** ***A***cesso em: 31 ago. 2021.
- **Transição Demográfica no Brasil – Perspectivas e Desafios.** Um breve ensaio. Disponível em: **https://cutt.ly/BEg1e4W.** Acesso em: 31 ago. 2021. - -
- **Transição Demográfica**. Disponível em: **https://cutt.ly/5Eg1ikB.** Acesso em: 31 ago. 202.1
- **As tendências da população mundial: rumo ao crescimento zero.** Disponível em: **https://cutt.ly/1Eg1zu8.** Acesso em: 25 ago. 2021.
- **Explosão populacional prevista em 1968 não aconteceu.** Disponível em: **https://cutt.ly/GEg1bU4.** Acesso em: 04 set. 2021.

Solicite aos estudantes uma pesquisa de aprofundamento, ligada à transição demográfica, e como essas transições interferem e interferiram nas decisões das políticas públicas brasileiras. Na sequência, apresente os vídeos:

José Noronha: tendências demográficas globais e riscos epidemiológicos futuros. Disponível em: **https://cutt.ly/0Eg1QQh.** Acesso em: 30 ago. 202.1

Brasil terá 50 milhões de pessoas a menos em 2100 em mundo com população em declínio. Disponível em: **https://cutt.ly/6Eg1IL7.** Acesso em: 26 ago. 2021.

Aproveite os vídeos para trazer questionamentos, como: O que justifica a queda da população prevista pelos pesquisadores? Quais as consequências de uma alta população jovem para um país? O que é a chamada transição demográfica? Professor, formule outros questionamentos que julgar pertinentes.

SAIBA MAIS

Novo regime demográfico: uma nova relação entre população e desenvolvimento? Disponível em **https://cutt.ly/TEkqthi**. Acesso em: 06 set. 2021.

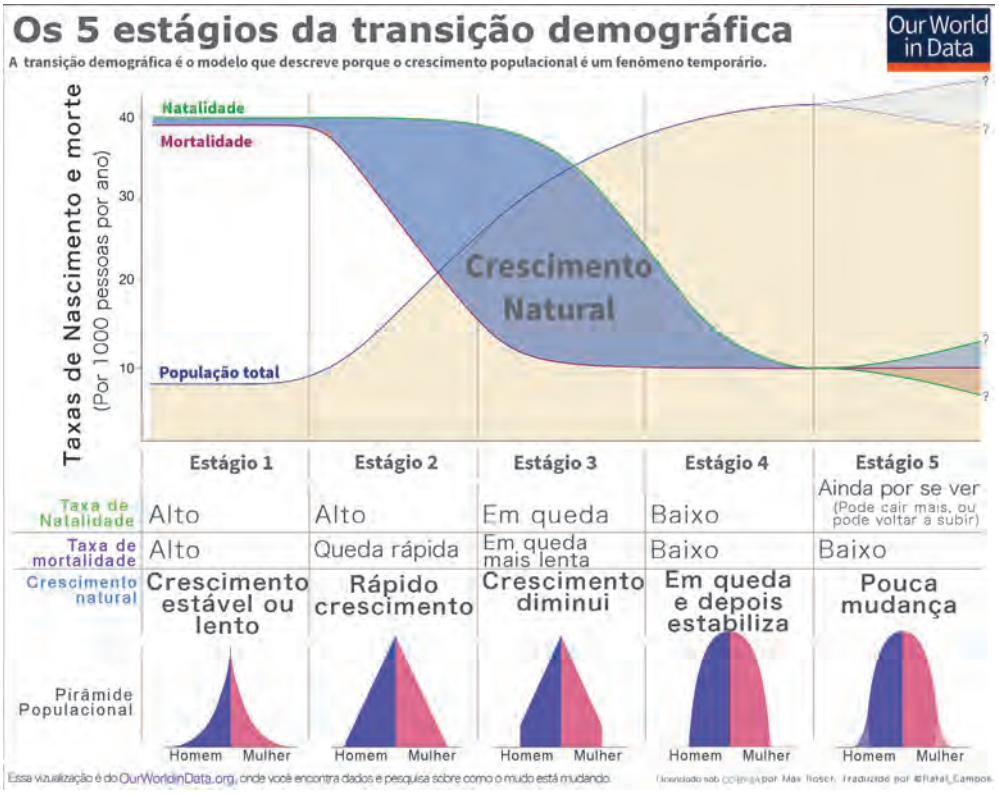
Envelhecimento da população brasileira: uma contribuição demográfica. Disponível em **https://cutt.ly/eEkqpAy**. Acesso em: 06 set. 2021.

Das causas às consequências econômicas da transição demográfica no Brasil. Disponível em: **https://cutt.ly/MEg1394**. Acesso em: 06 set. 2021.

DESENVOLVIMENTO

Semanas 18 e 19: 6 aulas

Professor, dando sequência a atividade do componente, indicamos a apresentação e explicação do esquema a seguir, que exemplifica as fases(estágios) da transição demográfica, com isso retome o que os estudantes já pesquisaram para uma atividade com fundamentação em Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP)Fonte: **https://cutt.ly/0Ej6lOy**. Acesso em: 31 ago. 2021.



Fonte: **https://cutt.ly/0Ej6lOy**. Acesso em: 31 ago. 2021.

Organize os estudantes em grupo, solicitando que cada grupo levante uma questão problematizadora dentro do tema transição demográfica e políticas públicas. Para isso, apresente aos estudantes o vídeo: **O que são políticas públicas?** (Disponível em: **https://cutt.ly/zRxFnmk**. Acesso em: 31 ago. 2021.). Caso seja necessário, oriente os estudantes quanto a isso.

Já com um problema pré-definido, seguem as etapas de levantamento de ideias para possíveis soluções (brainstorming) e resumos das ideias. Aconselhe-os a aprofundar as pesquisas se for indispensável para a continuidade da atividade. Instrua também a forma de registro e organização. Para isso, indicamos o seguinte material de apoio ao professor, **Aprendizagem Baseada em Problemas (PBL), o que é?** Disponível em: **https://cutt.ly/fEg1McB** . Acesso em: 31 ago. 2021.

DE OLHO NA INTEGRAÇÃO

Nesta etapa, propomos a integração pelos Eixos Estruturantes, tendo em vista que estes vêm sendo evidenciados em cada atividade nos diversos componentes curriculares. Vale a pena destacar que os 4 eixos Investigação Científica, Processo criativo, Intervenção e Mediação Sociocultural e Empreendedorismo contemplam habilidades fundamentais para o desenvolvimento integral dos estudantes.

SISTEMATIZAÇÃO

Semana 20: 3 aulas

Para a última etapa, planeje com os estudantes a apresentação de um cartaz ou portfólio virtual ou uma revista digital, com o problema e as possíveis soluções para a turma, explicando quanto ao modelo, tempo e organização da apresentação. Recomendamos as seguintes etapas de apresentação: contextualização do problema (macro), apresentação da situação problema (micro), questão norteadora do problema e possíveis soluções, combine ainda como será o processo avaliativo deste fechamento.

Ao final da apresentação dos cartazes, é hora de retomar a produção textual elaborada na primeira semana, sobre as percepções do estudante em relação ao componente. Incentive a autoavaliação, levando os estudantes a perceberem o seu protagonismo e desenvolvimento na trajetória do componente.

AVALIAÇÃO

Professor, indicamos a avaliação processual dos estudantes, a evolução ao longo das atividades desenvolvidas, haja vista se tratar de uma última avaliação deste componente. Ressaltamos a necessidade de avaliar o desenvolvimento de atitudes como a interação e cooperação para a realização dos trabalhos solicitados.
Vale a pena levá-los a refletir sobre as aprendizagens aprofundadas ao longo da unidade curricular, esse movimento permitirá que os estudantes percebam a articulação entre os temas trabalhados.

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
COORDENADORIA PEDAGÓGICA – COPED

Coordenadora
Viviane Pedroso Domingues Cardoso

Diretora do Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão Pedagógica – DECEGEP
Valéria Tarantello de Georgel

Diretora do Centro de Ensino Médio – CEM
Ana Joaquina Simões Sallares de Mattos Carvalho

Coordenadora de Etapa do Ensino Médio
Helena Cláudia Soares Achilles

Diretora do Centro de Projetos e Articulação de Iniciativas com Pais e Alunos - CEART
Deisy Christine Boscaratto

Equipe Técnica e Logística
Aline Navarro, Cassia Vassi Beluche, Eleneide Gonçalves dos Santos, Felipe Oliveira Santos, Isabel Gomes Ferreira, Isaque Mitsuo Kobayashi, Priscila Gomes de Siqueira Salvático, Renata Nunes Gomes, Silvana Aparecida de Oliveira Navia e Simone Vasques.

Consultora
Maria Adriana Pagan

Colaboração Técnico-Pedagógica:
Instituto Reúna
Kátia Stocco Smole
Cléa Maria da Silva Ferreira
Bruna Caruso
Priscila Oliveira
Isabella Paro

ÁREA DE CIÊNCIAS DA NATUREZA E SUAS TECNOLOGIAS

Coordenação de área: Alexandra Fraga Vazquez – Equipe Curricular de Química – COPED.

Organização e redação: Alexandra Fraga Vazquez, Equipe Curricular de Química – COPED; Beatriz Felice Ponzio, Equipe Curricular de Biologia – COPED; Marcelo Peres Vio, Equipe Curricular de Física – COPED; Rodrigo Fernandes de Lima, Equipe Curricular de Química – COPED; Silvana Souza Lima, Equipe Curricular de Física – COPED; Tatiana Rossi Alvarez, Equipe Curricular de Biologia – COPED.

Apoio institucional Instituto Reúna: Paulo Cunha (coordenação), Jefferson Meneses, Ana Paula Martins.

Colaboração: Gisele Nanini Mathias – Equipe Curricular de Ciências – COPED

Leitura crítica: Ana Joaquina Simões Sallares de Mattos Carvalho, Helena Cláudia Soares Achilles, Maria Adriana Pagan, Janaina Lucena da Cruz, Ubiratan Pasim Bernardes, Rodolfo Rodrigues Martins, Deysielle Ines Draeger (PCNP Bauru); Cristiane Maranni Coppini (PCNP São Roque); Cleunice Dias de Oliveira Gaspar; Jefferson Heleno Tsuchiya, Maria Fernanda Penteado Lamas, Bruno Garcês (Mundo do Trabalho), Renata Alencar (Integração Curricular) e Renata Mônaco (Projeto de Vida), Cléa Maria da Silva Ferreira – Instituto Reúna, Mônica Mandaji (Instituto Conhecimento para Todos – IK4T), Angela da Silva (Instituto Conhecimento para Todos – IK4T), Bruno César dos Santos (Instituto Conhecimento para Todos – IK4T)

ÁREA DE CIÊNCIAS HUMANAS E SOCIAIS APLICADAS

Coordenação de área: Tânia Gonçalves, equipe curricular de Filosofia – COPED.

Organização e redação SEDUC: Clarissa Bazzanelli Barradas, equipe curricular de História – COPED; Edi Wilson Silveira, equipe curricular de História – COPED; Emerson Costa, equipe curricular de Sociologia – COPED; Marcelo Elias de Oliveira, equipe curricular de Sociologia – COPED; Milene Soares Barbosa, equipe curricular de Geografia – COPED; Sergio Luiz Damiati, equipe curricular de Geografia – COPED; Tânia Gonçalves, equipe curricular de Filosofia – COPED.

Apoio e redação: Alan Rodrigues de Souza - PCNP da D.E. Sorocaba; Beatriz Michele Moço Dias - PCNP da D.E. Taubaté; Cleunice Dias de Oliveira Gaspar - PCNP da D.E. São Vicente.

Apoio institucional Instituto Reúna: Pablo de Oliveira de Mattos (coordenação), André Sekkel Cerqueira, Marisa Montrucchio.

Leitura Crítica: Ana Joaquina Simões Sallares de Mattos Carvalho, Helena Cláudia Soares Achilles, Maria Adriana Pagan, Priscilla de Mendonça Schmidt, Paulo Rota, Débora Lopes Fernandes, Felipe Pereira Lemos (Professor DE São Carlos), Luciano Silva Oliveira, Luiz Ricardo Tadeu Calabresi, Marcelo Comar Giglio (Professor DE São Carlos), Thalita Pamela Alves (Professor DE São Carlos), Simone Silverio Mathias (PCNP Ourinhos), Bruno Garcês (Mundo do Trabalho), Renata Alencar (Integração Curricular) e Renata Mônaco (Projeto de Vida), Cléa Maria da Silva Ferreira – Instituto Reúna, Prof. Dr. José Alves (UNICAMP), Mônica Mandaji (Instituto Conhecimento para Todos – IK4T), Angela da Silva (Instituto Conhecimento para Todos – IK4T), Bruno César dos Santos (Instituto Conhecimento para Todos – IK4T), Leandro Holanda (especialista STEAM do Instituto Reúna)

LINGUAGENS E SUAS TECNOLOGIAS

Coordenação de área: Marcos Rodrigues Ferreira – Equipe Curricular de Língua Portuguesa

Organização e redação SEDUC: Elisangela Vicente Prismit – Equipe Curricular de Arte – COPED; Priscila de Souza e Silva Alves Canneori – Equipe Curricular

de Arte – COPED; Luiz Fernando Vagliengo – Equipe Curricular de Educação Física – COPED; Marcelo Ortega Amorim – Equipe Curricular de Educação Física – COPED; Marcos Rodrigues Ferreira – Equipe Curricular de Língua Portuguesa – COPED, Mirna Léia Violin Brandt – Equipe Curricular de Educação Física – COPED; Emerson Thiago Kaishi Ono – Equipe Curricular de Língua Estrangeira Moderna – COPED; Pamella de Paula da Silva Santos – Equipe Curricular de Língua Estrangeira Moderna – COPED; Michel Grellet Vieira – Equipe Curricular de Língua Portuguesa – COPED.

Apoio institucional Instituto Reúna: Marisa Balthasar (coordenação), Ana Luísa Gonçalves, Isabel Filgueiras.

Colaboração: Carlos Eduardo Povinha – Equipe Curricular de Arte – COPED; Daniela de Souza Martins Grillo – Equipe Curricular de Arte – COPED; Leandro Henrique Mendes – Equipe Curricular de Língua Portuguesa – COPED; Liana Maura Antunes da Silva Barreto – Equipe Curricular de Língua Estrangeira Moderna – COPED; Mary Jacomine da Silva – Equipe Curricular de Língua Portuguesa – COPED.

Leitura Crítica: Ana Joaquina Simões Sallares de Mattos Carvalho, Helena Cláudia Soares Achilles, Maria Adriana Pagan, Eliane Aguiar, Débora Lopes Fernandes, Graciella de Souza Martins, Katiuscia da Silva, Ligia Maria Morasco Dorici, Luciano Aparecido Vieira da Silva, Rosângela Fagian de Carvalho, Tânia Azevedo, Carla Moreno, Elizângela Areas Ferreira de Almeida, Lilian Medrado Rubinelli, Ligia Estronioli de Castro (Diretora de Ensino Bauru); Isabela Muniz dos Santos Cáceres (Diretora de Ensino Votorantim); Thaisa Pedrosa Silva Nunes (Diretora de Ensino Tupã); Renata Andreia Placa Orosco de Souza (PCNP Presidente Prudente); Marisa Mota Novais Porto (PCNP Carapicuíba); Djalma Abel Novaes (PCNP Guaratinguetá); Rosane de Paiva Felício (Diretora de Ensino de Piracicaba), Bruno Garcês (Mundo do Trabalho), Renata Alencar (Integração Curricular) e Renata Mônaco (Projeto de Vida), Cléa Maria da Silva Ferreira – Instituto Reúna, Mônica Mandaji (Instituto Conhecimento para Todos – IK4T), Angela da Silva (Instituto Conhecimento para Todos – IK4T), Bruno César dos Santos (Instituto Conhecimento para Todos – IK4T), Egon de Oliveira Rangel.

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

Coordenação de área: Sandra Pereira Lopes – Equipe Curricular de Matemática.

Organização e redação SEDUC: Ana Gomes de Almeida – Equipe Curricular – COPED; Arlete Aparecida Oliveira de Almeida – Centro de Inovação – CEIN; Sandra Pereira Lopes – Equipe Curricular – COPED

Apoio institucional Instituto Reúna: Maria Ignez Diniz (coordenação), Fernanda Saeme Martines Matsunaga; Thiago Henrique Santos Viana.

Colaboradores: Cecília Alves Marques – Equipe Curricular – COPED; Isaac Cei Dias – Equipe Curricular – COPED; Otávio Yoshio Yamanaka – Equipe Curricular – COPED; Rafael José Dombrauskas Polonio – Equipe Curricular – COPED.

Leitura Crítica: Ana Joaquina Simões Sallares de Mattos Carvalho, Helena Cláudia Soares Achilles, Maria Adriana Pagan, Priscila Cerqueira, Sandra Regina Correa Amorim, Fabio Alves de Moraes, Ricardo Naruki Hiramatsu, Rafael Felipe Leone, Marcelo, Lilian Silva de Carvalho, Maria Regina Lima, Bruno Garcês (Mundo do Trabalho), Renata Alencar (Integração Curricular) e Renata Mônaco (Projeto de Vida), Cléa Maria da Silva Ferreira (Instituto Reúna), Mônica Mandaji (Instituto Conhecimento para Todos – IK4T), Angela da Silva (Instituto Conhecimento para Todos – IK4T), Bruno César dos Santos (Instituto Conhecimento para Todos – IK4T), Leandro Holanda (especialista STEAM), Lilian Silva de Carvalho (PCNP DE São Carlos), Maria Regina Duarte Lima (PCNP DE José Bonifácio), Benedito de Melo Longuini (PCNP DE Pirassununga), Fernanda Aparecida da Silva (PCNP DE Bragança Paulista),

Marcelo Navarro da Silva (PCNP DE Guarulhos Norte), Benedito de Melo Longuini (PCNP DE Pirassununga), Fernanda Aparecida da Silva (PCNP DE Bragança Paulista), Marcelo Navarro da Silva (PCNP DE Guarulhos Norte).

Colaboração:

Assessor Técnico de Gabinete III – SEDUC Camila Aparecida Carvalho Lopes

Revisão de Língua: Leandro Henrique Mendes, Liliane Pereira da Silva Costa, Marcos Rodrigues Ferreira, Mary Jacomine da Silva, Michel Grellet Vieira, Teônia de Abreu Ferreira

Agradecimentos especiais: Alison Fagner de Souza e Silva (Secretaria Executiva de Desenvolvimento da Educação – PE), Janine Furtunato Queiroga Maciel (Secretaria Executiva de Desenvolvimento da Educação – PE), Érika Botelho Guimarães (Secretaria de Estado de Educação – DF), Luciano Dartora (Secretaria de Estado de Educação – DF), Vania da Costa Amaral (Secretaria de Estado de Educação – DF), Richard James Lopes de Abreu (Secretaria de Estado de Educação – DF), George Amilton Melo Simões (Secretaria de Estado de Educação – DF), Olires Marcondes (Secretaria de Estado da Educação – ES), Rebeca Amorim (Secretaria de Estado da Educação – ES), Carmem Cesarina Braga de Oliveira (Secretaria de Estado da Educação, Cultura e Esportes – AC), Cláudio Soares dos Santos (Secretaria de Estado da Educação, Cultura e Esportes – AC), Danielly Franco de Matos (Secretaria de Estado da Educação, Cultura e Esportes – AC), Eliane Merklen (Secretaria de Estado da Educação, Cultura e Esportes – AC), Priscila de Araújo Pinheiro (Secretaria de Estado da Educação, Cultura e Esportes – AC), Rosseline Muniz e Silva (Secretaria de Estado da Educação, Cultura e Esportes – AC), Vanda Gomes de Brito (Secretaria de Estado da Educação, Cultura e Esportes – AC).

Revisores: Amadora Fraiz Vila Della Beta; Clarissa Bazzanelli Barradas; Weber Lopes Goes.

O material Currículo em Ação é resultado do trabalho conjunto entre técnicos curriculares da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, PCNP atuantes em Núcleos Pedagógicos e professores da rede estadual de São Paulo.

Amparado pelo Currículo Paulista, este caderno apresenta uma pluralidade de concepções pedagógicas, teóricas e metodológicas, de modo a contemplar diversas perspectivas educacionais baseadas em evidências, obtidas a partir do acúmulo de conhecimentos legítimos compartilhados pelos educadores que integram a rede paulista.

Embora o aperfeiçoamento dos nossos cadernos seja permanente, há de se considerar que em toda relação pedagógica erros podem ocorrer. Portanto, correções e sugestões são bem-vindas e podem ser encaminhadas através do formulário https://forms.gle/1iz984r4aim1gsAL7.

ATENÇÃO! Este formulário deve ser acessado com e-mail institucional SEDUC-SP.



GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
Secretaria da Educação